ഭാരതീയ ന്യായശാസ്ത്രവും ആധുനിക ഗണിതവും

ഭാരതീയ ന്യായശാസ്ത്രവും ആധുനിക ഗണിതവും

പ്രൊഫ : മരുമകൻ രാജ



കേരള ശാസ്ത്രസാഹിത്യ പരിഷത്ത്

ഭാരതീയ ന്യായശാസ്ത്രവും ആധുനിക ഗണിതവും ○ പ്രൊഫ: മരുമകൻ രാജ ○ എഡിറ്റർ : സി. പി. നാരായണൻ ○ ജനുവരി 1990 ○ പ്രസാധനം, വിതരണം : കേരള ശാസ്ത്രസാഹിത്യ പരിഷത്ത് ○ അച്ചടി : പഞ്ചമി പ്രിന്റേഴ്സ്, കോഴിക്കോട് ○ കവർ, ചിത്രീകരണം : സതീഷ് കരകുളം, നന്ദകുമാർ ○ പ്രൂഫ് : ശോഭന ○ വില 15 ക.

Bharathiya Nyaya Sastravum Adhunika Ganithavum ○ Indian Logic and Modern Mathematics ○ Prof : Marumakan Raja ○ Editor : C. P. Narayanan ○ January 1990 ○ Publication and Distribution : Kerala Sastra Sahithya Parishath ○ Printing : Panchami Printers, Calicut ○ Cover and Illustration Satheesh Karakulam, Nandakumar ○ Proof : Sobhana ○ Price : Rs-15.

KSSP 0418 IE Jan'90 3K D1/8 1500 FT/409/90

മുഖവുര

തർക്കസംഗ്രഹം എന്ന ഗ്രന്ഥത്തിലെ ചില ഭാഗങ്ങൾ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയാണ് ഈ പുസ്തകം എഴുതിയിട്ടുള്ളത്. തർക്കശാസ്ത്രവും ആധുനിക ഗണിതവും തമ്മിൽ ബന്ധപ്പെടുത്തി വിശകലനം ചെയ്യുക രസകരവും ഉപയോഗപ്രദവും ആകുമെന്നും അതിൽ പല സാധ്യതകളും ഉണ്ടെന്നും ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുക മാത്രമാണ് ഈ ചെറിയ പുസ്തകംകൊണ്ട് ഉദ്ദേശിക്കുന്നത്.

എഞ്ചിനീയറിംഗ് കോളേജിൽ അധ്യാപകനായിരുന്ന കാലത്ത് സിംബോളിക് ലോജിക്കും ലോജിക്കൽ സർക്യൂട്സും പഠിപ്പിക്കേണ്ടിവന്നു. അന്ന് നമ്മുടെ പഴയ തർക്കശാസ്ത്രം ഈ രൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുവാൻ ശ്രമിച്ചു നോക്കാമെന്ന ഒരു ആശയം പെട്ടെന്ന് മനസ്സിൽ ഉദിച്ചു. എന്നാൽ തർക്കശാസ്ത്രം അതിന്റേതായ രീതിയിൽ പഠിപ്പിക്കുവാൻ തക്കതായ ഒരു ഗുരുവിനെ കിട്ടാതെ വർഷങ്ങൾ കടന്നുപോയി. അങ്ങനെയിരിക്കുമ്പോഴാണ് ഇപ്പോൾ എറണാകുളം മഹാരാജാസ് കോളേജിൽ സംസ്കൃതം പ്രൊഫസറായിരിക്കുന്ന രാമകുമാരൻ തമ്പുരാൻ എന്നെ പഠിപ്പിക്കാമെന്ന് സദയം ഏറ്റത്. തർക്കസംഗ്രഹം, ദീപിക, ന്യായബോധിനി എന്നീ ഗ്രന്ഥങ്ങൾ അദ്ദേഹം എന്നെ പഠിപ്പിച്ചു. അതിന് അദ്ദേഹത്തോടുള്ള ഭക്തിബഹുമാനങ്ങൾ ഇവിടെ രേഖപ്പെടുത്തുന്നു. ഇങ്ങനെയൊരു പുസ്തകം എഴുതുവാൻ ഉദ്ദേശിക്കുന്നു എന്നറിഞ്ഞതു മുതൽ തുടർച്ചയായി ഈ വിഷയത്തിൽ എന്നെ പ്രോത്സാഹിപ്പിച്ചു വന്ന ഡോ : ടി. ഐ. രാധാകൃഷ്ണനോട് എനിക്കുള്ള നന്ദി നിസ്സീമമാണ്.

സംസ്കൃത വിദ്വാന്മാരേക്കാൾ ആധുനിക ഗണിത ശാസ്ത്രം പഠിക്കുന്നവരെ ഉദ്ദേശിച്ചാണ് ഈ പുസ്തകം എഴുതിയിട്ടുള്ളത്. സംസ്കൃത വിദ്വാൻമാർ വേണ്ടത്ര ശ്രദ്ധ ചെലുത്തി ഈ പുസ്തകം വായിക്കുകയും പോരായ്മകൾ ചൂണ്ടിക്കാണിച്ച് വേണ്ട നിർദേശങ്ങൾ തരുകയുമാണെങ്കിൽ ഞാൻ അവരോട് കടപ്പെട്ടവനായിരിക്കും.

എന്ന്,

പ്രൊഫ : മരുമകൻരാജ.

ഉള്ളടക്കം

I

ആമുഖം

അഭിനവ ശാസ്ത്രങ്ങളുടെയെല്ലാം ഭാസിയും രാജ്ഞിയും ആണ് ഗണിതം എന്നൊരു ചൊല്ലുണ്ട്, അതുതന്നെയാണ് ന്യായശാസ്ത്രത്തിന്റെയും സ്ഥിതി. അഭിനവ ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന്റെ രീതികളുപയോഗിച്ച് ആ പഴയ ന്യായ ശാസ്ത്രത്തെ പരിശോധിച്ച് നോക്കുമ്പോഴാണ് നമ്മുടെ ആചാര്യൻമാരുടെ അനുപമമായ വൈഭവത്തെക്കുറിച്ച് നാം കൂടുതൽ ബോധവാന്മാരാകുന്നത്. അതിസൂക്ഷ്മങ്ങളായ നിർവചനങ്ങൾ, ലക്ഷണങ്ങൾക്ക് അവശ്യമുണ്ടായിരിക്കേണ്ട നിബന്ധനകൾ, ക്രമമായി യുക്തിക്ക് യോജിച്ച തരത്തിലുള്ള വിന്യസനം, അതിനനുസരിച്ചുള്ള പ്രതിപാദനം എന്നിങ്ങനെ ആധുനിക ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന്റേതെന്ന് അവകാശപ്പെടുന്ന അതേ സമ്പ്രദായംതന്നെ ന്യായശാസ്ത്രവും അവലം ബിച്ചിരിക്കുന്നു. ശാസ്ത്രീയചിന്തയുടെ കാതലായ അമൂർത്ത വല്ക്കരണം (സാരാംശത്തെ സംഗ്രഹിച്ചെടുത്ത് വ്യക്തിയിൽ നിന്നും സമൂഹത്തിലേയ്ക്കുള്ള സംക്രമണം) വളരെ ലളിത മായി ന്യായശാസ്ത്രത്തിൽ സാധിച്ചിരിക്കുന്നു. എല്ലാ ശാസ്ത്രീയ ചിന്തകളുടെയും കാതലാണ് അനുമാനം. ഈ അനുമാനമെന്നാലെന്ത്, അതിന്റെ യഥാർഥ സ്വഭാവമെന്ത്, അതെങ്ങനെ സാധിക്കുന്നു എന്നും മററും അതിസൂക്ഷ്മമായി പരിശോധിച്ച് അനുമാനമെന്ന പ്രക്രിയയുടെ വിവിധ

തലങ്ങളെ തരം തിരിച്ച് ക്രമപ്പെടുത്തി വച്ചിട്ടുണ്ട്, ന്യായ ശാസ്ത്രത്തിൽ. അതുകൂടാതെ ഒരു അനുമാനം എങ്ങനെ തെററായ നിഗമനങ്ങളിലെത്തിക്കുന്നു എന്നും അനുമാനത്തിൽ എന്തെല്ലാം തരത്തിൽ പിഴകൾ സംഭവിക്കാമെന്നുംകൂടി വിചിന്തനം ചെയ്തിട്ടുണ്ട്. അനുമാനത്തിന് തെരഞ്ഞെടുക്കുന്ന ഹേതുവിന് സംഭവിച്ചേക്കാവുന്ന അബദ്ധങ്ങൾ ഏതെല്ലാം, എങ്ങനെയെല്ലാം എന്നുകൂടി ആലോചിച്ച് അവയെ ദൂരീകരിക്കുന്നിൽ നാം മനസ്സിരുത്തേണ്ട സംഗതികൾ ന്യായശാസ്ത്രം നിരത്തി വച്ചിട്ടുണ്ട്. ഭാരതീയ ദർശനങ്ങളും ന്യായ ശാസ്ത്രങ്ങളും തമ്മിലുള്ള അഭേദ്യമായ ബന്ധവും ആധുനിക ശാസ്ത്രശാഖകളും ഗണിത ശാസ്ത്രവും തമ്മിലുള്ള സമഞ്ജസമായ സമ്മേളനവും രണ്ടും കൂടിവച്ച് ആലോചിച്ചുനോക്കുമ്പോൾ ആ പുരാതനന്യായ ശാസ്ത്രത്തെ ആധുനിക ഗണിത സമ്പ്രദായമുപയോഗിച്ച് ഒന്ന് പരിശോധിച്ചു നോക്കിയാലെന്തെന്ന ആശയവും ആശയുമാണ് ഈയുള്ളവനെ ഈ ഗ്രന്ഥം എഴുതുന്നതിന് പ്രേരിപ്പിച്ചത്. പുരാതന ന്യായ ശാസ്ത്രത്തിൻെറയും ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൻെറയും അന്തസ്സത്ത ഒന്നു തന്നെ. സങ്കേതങ്ങൾക്കും സംജ്ഞകൾക്കും വ്യത്യാസങ്ങൾ കാണാമെങ്കിലും അവയുടെ രീതികൾക്ക വ്യത്യാസമില്ല. പഴയ ന്യായ ശാസ്ത്രത്തിലെ 'ഹേത്വാഭാസ'ത്തെ നവീന ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിലെ ചില ടെക്നിക്കുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒന്ന് പുന:രാഖ്യാനം ചെയ്യുവാനാണ് ഇവിടെ മുതിർന്നിരിക്കുന്നത്.

നവീന ശാസ്ത്രീയ ചിന്താഗതിക്കനുസരിച്ചു തന്നെയാണ് ന്യായ ശാസ്ത്രവും കെട്ടിപ്പടുത്തിട്ടുള്ളത് എന്നുപറഞ്ഞുവല്ലോ. ആ സംഗതി ഒന്നുകൂടി വ്യക്തമാക്കാം.

ആധുനിക ശാസ്ത്രങ്ങളെല്ലാം ആത്യന്തികമായ അപഗ്രഥനത്തിൽ താഴെ പറയുന്ന വിധത്തിൽ പടുത്തുയർത്തപ്പെട്ടതായി കാണാം.

(1) നിർവചിക്കാത്ത, അല്ലെങ്കിൽ നിർവചിക്കാനാവാത്ത ചില പദങ്ങൾ.

(2) ഈ പദങ്ങളുപയോഗിച്ചു നാം കൈകാര്യം ചെയ്യുവാൻ ഉദ്ദേശിക്കുന്ന ശാസ്ത്രശാഖക്കനുസൃതവും അത്യന്താപേക്ഷിതവുമായ ചില നിർവചനങ്ങൾ.

(3) ഇങ്ങനെ നിർവചിക്കപ്പെട്ട നാമങ്ങളോ, ആശയങ്ങളോ, വസ്തുക്കളോ തമ്മിൽത്തമ്മിൽ ബന്ധപ്പെടുത്തിക്കൊണ്ടുള്ള ചില നിയമാവലികൾ. ഈ നിയമാവലികൾക്ക് പ്രമാണങ്ങൾ എന്നു പേർ. ഈ നിയമങ്ങൾ തെളിയിക്കുക പതിവില്ല. അതിന് ശ്രമിക്കേണ്ടതുമില്ല. നമ്മുടെ (അതായത് മനുഷ്യരാശിയുടെ) അനുഭവത്തിനും സൗകര്യത്തിനും ആവശ്യത്തിനും അനുസരിച്ചായിരിക്കണം കഴിയുന്നിടത്തോളം ഈ നിയമാവലികൾ നിർമിക്കുന്നത്. തെളിയിക്കുവാൻ സാധിക്കാത്തവയായതുകൊണ്ട് ഇത്തരം നിയമാവലികളുടെ എണ്ണം എത്ര കുറയുന്നുവോ അത്രയും നല്ലതാണെന്ന്, സമാന്യമായി പറയുന്നു.

(4) മേൽപ്പറഞ്ഞ മൗലിക നിയമാവലികളും നിർവചനങ്ങളും മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് ശാസ്ത്രീയ യുക്തിചിന്തക്ക് അനുസരിച്ച് പുതിയ തത്വങ്ങൾ ആവിഷ്കരിക്കുക. ഇങ്ങനെയുള്ള തത്വങ്ങൾ പരക്കെ അംഗീകരിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ പിന്നീട് അവയേയും ഉപയോഗപ്പെടുത്താം. ഇങ്ങനെ വളരെ കാലം കൊണ്ട് അനേകം തത്വങ്ങളും നിയമങ്ങളും ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വലിയ ശാസ്ത്രവിഭാഗം രൂപം കൊള്ളുന്നു.

ആധുനിക ശാസ്ത്രങ്ങളിൽനിന്ന് ഒരു ഉദാഹരണം എടുക്കാം. ഇന്നത്തെ എഞ്ചിനീയറിങ്ങിന് മുഴുവൻ ആസ്പദമായ മെക്കാനിക്സ് – ബലതന്ത്രം–എന്ന ശാസ്ത്രശാഖ ഇപ്രകാരം തന്നെയാണ് രൂപം പ്രാപിച്ചിട്ടുള്ളത്. ഐസക് ന്യൂട്ടന്റെ നാമധേയത്തിൽ അറിയപ്പെടുന്ന മൂന്നു നിയമങ്ങളുണ്ട്. 'ന്യൂട്ടന്റെ ചലന നിയമ'ങ്ങളെന്നാണ് ഇവ പരക്കെ അറിയപ്പെടുന്നത്. ഇതു കൂടാതെ സുപ്രസിദ്ധമായ ഗുരുത്വാകർഷണ നിയമവും. ഇവ നാലും ചോദ്യം ചെയ്യപ്പെടാത്ത പ്രമാണങ്ങൾ ആയി അംഗീകരിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ളവയാണ്. ലാബറട്ടറികളിൽ വച്ചു നടത്തുന്ന പരീക്ഷണങ്ങൾ ഈ നിയമങ്ങൾക്ക് ഉപോൽബലകമാണെന്നുള്ളതല്ലാതെ മററു തെളിവുകളല്ല. ഈ പരീക്ഷണങ്ങൾ മനുഷ്യരുടെ അനുഭവങ്ങളിൽ ഉൾപ്പെടുന്നു. ഈ അനുഭവങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഇവയെ പൊതുനിയമങ്ങളായി–അയായത് പ്രമാണങ്ങൾ ആയി–അംഗീകരിക്കുകയാണ് ചെയ്തിട്ടുള്ളത്.

മേൽക്കാണിച്ച ഇതേ ശാസ്ത്രരീതി തന്നെയാണ് ന്യായശാസ്ത്രങ്ങളിലും കാണുന്നത്. മനുഷ്യരാശിയുടെ അനുഭവങ്ങളിൽ നിന്ന് എല്ലാതരം ദർശനങ്ങൾക്കും ശാസ്ത്രീയ ചിന്തകൾക്കും അനുയോജ്യമായ വിധത്തിൽ ചില നിർവചനങ്ങൾ ആദ്യംതന്നെ കൊടുക്കുന്നു. അവയ്ക്ക് ചില പേരുകളും നിശ്ചയിക്കുന്നു. പിന്നീട് ഇവയുടെ നിഷ്കൃഷ്ട ലക്ഷണങ്ങൾ കൊടുക്കുന്നു. പലപ്പോഴും ഈ നിർവചനങ്ങളും ലക്ഷണങ്ങളും കൊടുക്കുന്നതോടൊപ്പം തന്നെ അവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെ അല്ലെങ്കിൽ അവയുടെ സ്വഭാവത്തെ പ്രമാണങ്ങൾ ആയി പറയുന്നു. പിന്നീട് തികച്ചും യുക്തിക്കനുസൃതമായി പല അനുമാനങ്ങളും വഴി ചില നിഗമനങ്ങളിൽ എത്തിച്ചേരുന്നു. നേരത്തെ പറഞ്ഞ ശാസ്ത്രീയ രീതി തന്നെ. യുക്തിചിന്ത ന്യായ ശാസ്ത്രത്തിലും ആധുനിക ശാസ്ത്രത്തിലും ഒരേ മാതിരി യിലാണെന്ന് ഇനി ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൽ പ്രതിപാദിക്കുന്ന താണ്. ഒരു കാര്യമുണ്ട്. പണ്ടുള്ളവരുടെ അനുഭവങ്ങളും ആധുനിക മനുഷ്യരുടെ അനുഭവങ്ങളും വ്യത്യസ്തങ്ങളാകാം. അതുകൊണ്ട് പണ്ടുള്ളവർ നിശ്ചയിച്ച പ്രമാണങ്ങൾ മാററിയാൽ വേണ്ടില്ലെന്ന് ഇന്നുള്ളവർക്ക് തോന്നാം. പക്ഷേ, പണ്ടുണ്ടായിരുന്ന അനുഭവങ്ങൾ തെററല്ല. മനുഷ്യരാശിയുടെ അനുഭവങ്ങൾ തന്നെയാണവയും. അതിനാൽ പഴയ ന്യായ ശാസ്ത്രം പരിത്യജിക്കേണ്ട ഒന്നല്ല. എന്നുമാത്രമല്ല, ഭൗതികവും ആധ്യാത്മികവുമായ കാര്യങ്ങൾക്ക് മുഴുവൻ ഉപയോഗപ്പെടുത്തു ന്നതാകകൊണ്ട് അത് കൂടുതൽ ശ്രദ്ധാപൂർവമായ പഠന മർഹിക്കുന്നു.

പ്രാചീന യുക്തിചിന്തയും അനുമാനങ്ങളും നവീന രീതിയിൽത്തന്നെയാണെന്നു പറഞ്ഞുവല്ലൊ. ഇത് വ്യക്ത മാക്കുന്നതിന് ആധുനിക ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിലെ രണ്ടു പ്രധാന ഭാഗങ്ങളായ ഗണങ്ങളുടെ ബീജഗണിതവും പ്രസ്താ വനകളുടെ ബീജഗണിതവും ആദ്യമായിത്തന്നെ സംക്ഷേ പിക്കുന്നു. അതിനുശേഷം ഈ രണ്ട് ശാസ്ത്ര വിഭാഗ ങ്ങളെയും തമ്മിൽ ബന്ധപ്പെടുത്തുന്നു. പിന്നെ ന്യായ ശാസ്ത്രത്തിലേക്കു കടന്ന് അത്യാവശ്യം വേണ്ട സംഗതികൾ മാത്രം കാണിച്ച് അനുമാന ഖണ്ഡത്തിലേക്കു കടക്കുന്നു. ഇതാണ് ഈ ചെറുഗ്രന്ഥത്തിലെ വിന്യസനരീതി.

2

ഗണങ്ങൾ

വസ്തുക്കളുടെ സമൂഹത്തെ ഒന്നായിക്കാണുക എന്ന ആശയം സാധാരണ ജീവിതത്തിലും ശാസ്ത്രങ്ങളിലും അടിസ്ഥാനപരമാണ്. നവീനഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന്റെ അസ്തിവാരം തന്നെ ഗണങ്ങളുടെ ബീജഗണിതമാണ്. ഈ ആശയത്തിന്റെ മൗലികതയിൽ നമ്മുടെ പുരാതന ആചാര്യൻമാരുടെ ദൃഷ്ടി ചെന്നിട്ടുണ്ട്. ന്യായശാസ്ത്രത്തിന്റെ തുടക്കത്തിൽത്തന്നെ ഇത് കുറിക്കുന്നു. ലോകത്തിലുള്ള പദാർഥങ്ങളെയെല്ലാം ഏഴായിത്തിരിക്കാമെന്നാണ് ന്യായശാസ്ത്രത്തിലെ ആദ്യത്തെ വാക്യം. ഈ ഏഴിൽപ്പെട്ടതത്രെ സാമാന്യം. ഈ സാമാന്യമെന്ന പദാർഥത്തെ ആസ്പദമാക്കിയാണ് ന്യായശാസ്ത്രം തന്നെ കെട്ടിപ്പടുത്തിട്ടുള്ളത്. ഭാരതീയാചാര്യന്മാരുടെ ഈ ന്യായശാസ്ത്രം ഉണ്ടായിട്ട് എത്രയോ നൂററാണ്ടുകൾക്കുശേഷമാണ് ഗണങ്ങളുടെ മൗലികതയെക്കുറിച്ച് അഭിനവശാസ്ത്രജ്ഞൻമാർ ബോധവാൻമാരാകുന്നത്. ഇന്ന് ഗണങ്ങളുടെ ഗണിതശാസ്ത്രം ഒരുവിധം വളർന്നു കഴിഞ്ഞു. ഇത് മനുഷ്യരുടെ വിശകലനത്തിനു പററിയ ഒരു ഉപകരണമാണ്. ഇതുപോലെത്തന്നെ വളരെ ശക്തിയുള്ള മറെറാരു ഉപകരണമാണ് താർക്കിക പ്രസ്താവനകളുടെ പഠനവും. എല്ലാവിധത്തിലുള്ള ചിന്തകളുടേയും കാതലായതുകൊണ്ട് ഈ രണ്ടു ഗണിത ശാസ്ത്രവിഭാഗങ്ങളേയും പുരാതന

ശാസ്ത്രങ്ങളുടെയെല്ലാം സത്തായ ന്യായശാസ്ത്രവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തുന്നത് യുക്തമാകും. അതിനാൽ നവീന ഗണിതത്തിന്റെ രണ്ടു പ്രധാന കൈവഴികളായ ഗണങ്ങളെക്കുറിച്ചും പ്രസ്താവനകളെക്കുറിച്ചും അത്യന്താപേക്ഷിതവും, അനായാസം ഗ്രഹിക്കാവുന്നതുമായ ചില കാര്യങ്ങൾ ആദ്യമേതന്നെ വിവരിച്ചുകൊള്ളുന്നു.

ഗണങ്ങൾ

ഗണം എന്ന പദംകൊണ്ട് നാമുദ്ദേശിക്കുന്നത് തികച്ചും തിരിച്ചറിയാവുന്ന വസ്തുക്കളുടെ സമാഹാരത്തെയാണ്. തികച്ചും തിരിച്ചറിയാവുന്ന വസ്തുക്കൾ എന്നു പറയുമ്പോൾ നാം ഉദ്ദേശിക്കുന്നത് ഒരു വസ്തു (ഏതെങ്കിലുമാവട്ടെ) ഒരു പ്രത്യേക സമാഹാരത്തിൽപ്പെടുന്നുവോ ഇല്ലയോ എന്ന് സുവ്യക്തമാകത്തക്ക തരത്തിൽ ഒരു നിയമമോ നിയമങ്ങളോ ഉണ്ടായിരിക്കണമെന്നാണ്. ഒരു ഗണത്തിലെ വസ്തുക്കൾ ഏതു തരത്തിലുള്ളതുമാകാം.

ഒരു ഗണത്തിലുള്ള ഓരോ വസ്തുവിനും ആ ഗണത്തിന്റെ അംഗം എന്നു പേർ കൊടുക്കുന്നു

ഉദാഹരണങ്ങൾ

(1) സപ്തസ്വരങ്ങൾ.

(2) സത്വരജസ്തമോഗുണങ്ങൾ.

(3) രാമൻ, സീത, ഒരു പെട്ടി എന്നിവ അംഗങ്ങളായ ഗണം

(4) ഒന്നിനേക്കാൾ വലുതും നൂറിൽ താഴെയുമുള്ള പൂർണ സംഖ്യകൾ.

(5) ഭാരതീയ ജനത.

(6) ബ്രഹ്മാണ്ഡത്തിലുള്ള എല്ലാ ഗോക്കളും ചേർന്ന ഗണം.

(7) ലോകത്തിലുള്ള ഘടകങ്ങളുടെയെല്ലാം സമാഹാരം.

(8) എല്ലാ പൂർണ സംഖ്യകളും ചേർന്ന ഗണം.

ഗണങ്ങൾ രണ്ടുതരം

ഒരു ഗണത്തിൽ ആകെ അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണത്തെ ഒരു പൂർണസംഖ്യകൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാമെങ്കിൽ, ആ ഗണത്തെ സാന്തഗണം എന്ന് പറയുന്നു.

ഉദാഹരണങ്ങൾ

(1) സത്വരജസ്തമോഗുണങ്ങൾ

ആകെ അംഗങ്ങൾ—3

(2) ഒന്നിനേക്കാൾ വലുതും നൂറിൽ താഴെയുള്ളതും ആയ പൂർണസംഖ്യകളുടെ ഗണം
ആകെ 98 അംഗങ്ങൾ

(3) ഭാരതീയ ജനത

സെൻസസ് കൃത്യമായി എടുത്താൽ ആകെ അംഗങ്ങൾ എത്രയെന്ന് കൃത്യമായി പറയാം.

ഒരു ഗണത്തിൽ ആകെ എത്ര അംഗങ്ങളുണ്ടെന്ന് വ്യക്തമായി പ്രതിപാദിക്കുവാൻ കഴിയുകയില്ലെങ്കിൽ ആ ഗണത്തെ അനന്തമായ ഗണം എന്നുപറയുന്നു.

ഉദാഹരണം

എല്ലാ പൂർണ സംഖ്യകളുടെ ഗണം

ശൂന്യഗണം

ഒരൊററ അംഗവുമില്ലാത്ത ഒരു ഗണം ഉണ്ടെന്ന് വിഭാവനം ചെയ്യുക. അതിന് ശൂന്യഗണം എന്ന പേർ കൊടുക്കാം. ശൂന്യഗണത്തെ "ഫൈ" എന്ന ഗ്രീക്ക് അക്ഷരംകൊണ്ട് നിർദേശിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ ഒരു ഗണത്തെ നിർവചിച്ചാൽ ഗണങ്ങളുടെ ബീജഗണിതത്തിന്റെ പ്രതിപാദനത്തിന് വളരെ സൗകര്യമുണ്ട്. അതിനാൽ ശൂന്യഗണമെന്ന ആശയം അഭിനവ ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ നിർദേശിച്ചിരിക്കുന്നു.

ഏകാംഗണം

ഒരു അംഗം മാത്രം വരുന്ന ഒരു സ്ഥിതിവിശേഷം നോക്കുക. അതിനെ ഒരു ഗണമായി സങ്കൽപ്പിക്കാം. ഏകാംഗണമെന്ന് അതിനു പേർ കൊടുക്കുകയും ചെയ്യാം. ആകെ ഒരു അംഗമല്ലെയുള്ളൂ, പിന്നെയെന്തിന് അതിനെ ഒരു സമാഹാരമായി കണക്കാക്കി ഗണമെന്ന പേർ കൊടുക്കുന്നു എന്ന് ന്യായമായും സംശയംവരാം. പക്ഷെ, അങ്ങനെ ഒരംഗം മാത്രമുള്ളവയെക്കൂടി ഗണങ്ങളായി അംഗീകരിച്ചാൽ, ഗണങ്ങളെക്കുറിച്ച് സാമാന്യമായി വിവരിക്കുന്ന ബീജഗണിതത്തിൽ സാമാന്യവൽക്കരണത്തിന് സൗകര്യമുണ്ട്. അതിനാൽ ഏകാംഗ ഗണമെന്ന ആശയവും നാം സ്വീകരിക്കുന്നു.

പഴയ ന്യായശാസ്ത്രത്തിൽ സാമാന്യമെന്ന പദാർഥത്തെ നിർവചിക്കുന്നിടത്ത് ഒന്നിലധികം അംഗങ്ങൾ വേണമെന്ന് നിഷ്കർഷിക്കുന്നുണ്ട്. എന്നാൽ ഈ നിർവചനത്തിന് അയവുവരുത്തി ഏകാംഗ ഗണമെന്ന ആശയം സ്വീകരിക്കുകയാണെങ്കിൽ മേലിൽ പറയാനുദ്ദേശിക്കുന്ന കാര്യങ്ങൾ നവീന ഗണിത ശാസ്ത്രരീത്യാ പ്രതിപാദിക്കാൻ എളുപ്പമുണ്ട്.

ഗണങ്ങളെ നിർദേശിക്കുന്ന രീതി

ഒരു ഗണം സാന്തമാണെങ്കിൽ അതിലെ അംഗങ്ങളെ ഓരോന്നായി എടുത്ത് ഒരു ബ്രാക്കററിനകത്ത് എഴുതുവാൻ സാധിക്കും. അങ്ങനെ എല്ലാ അംഗങ്ങളേയും വേറെ വേറെ എഴുതുക എന്നത് ഗണത്തെ വ്യക്തമായി കാണിക്കാനുള്ള ഒരു വഴിയാണ്.

ഗണം സാന്തമായാലും അനന്തമായാലും ആ ഗണത്തിലെ അംഗങ്ങളെ മററുള്ളവയിൽ നിന്നു തിരിച്ചറിയുവാൻ സാധിക്കത്തക്ക വിധത്തിൽ പറയുന്ന നിയമമോ നിയമങ്ങളോ എഴുതുക

ഉദാഹരണങ്ങൾ

(1) (രാമൻ, സീത, പെട്ടി)

(2) (a, b, c, d, e)

(3) (സത്വം, രജസ്സ്, തമസ്സ്)
(4) (x / x ഒരു ഭാരതീയൻ)
(5) (x / x ഒന്നിനും നൂറിനും ഇടയിലുള്ള പൂർണസംഖ്യ)
(6) (x / x ഏതെങ്കിലും ഒരു പൂർണസംഖ്യ)

(4), (5), (6) എന്നീ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ ഗണമുണ്ടാവുന്ന നിയമമാണ് കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. മറ്റൊരു രീതിയിൽ പറഞ്ഞാൽ ഒരു ഗണത്തിലെ അംഗങ്ങളെ തിരിച്ചറിയാനുള്ള ലക്ഷണം എഴുതുക എന്നതാണ് രണ്ടാമത്തെ രീതി. ലക്ഷണം എഴുതുക എന്നുവരുമ്പോൾ പ്രസ്തുത ഗണത്തിലെ എല്ലാ അംഗങ്ങൾക്കും അതു ബാധകമാകണമെന്നും ആ ഗണത്തിലെ അംഗങ്ങൾക്കല്ലാതെ മറ്റൊന്നിനും ആ ലക്ഷണം ബാധകമാകരുതെന്നും പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കണം. പഴയ ന്യായശാസ്ത്രത്തിൽ ലക്ഷണം പറയുമ്പോൾ 'അവ്യാപ്തി', 'അതിവ്യാപ്തി', 'അസംഭവം' എന്നീ ദോഷങ്ങൾ പരിഹരിക്കണമെന്ന് നിഷ്കർഷിക്കുന്നുണ്ട്. ഇപ്പോൾ മുകളിൽ പ്പറഞ്ഞ കാര്യങ്ങൾ തന്നെയാണവ.

ഒരു ഗണത്തിലെ എല്ലാ അംഗങ്ങൾക്കും നാം കൊടുക്കുന്ന ലക്ഷണം ബാധകമാവുകയില്ലെങ്കിൽ ആ ലക്ഷണത്തിന് അവ്യാപ്തി എന്ന ദോഷമുണ്ടെന്ന് നാം പറയുന്നു. ഒരു ഗണത്തിലെ അംഗങ്ങൾക്കല്ലാതെ മററു ചിലതിനും കൂടി നാം കൊടുക്കുന്ന ലക്ഷണം യോജിക്കുന്നുണ്ടെങ്കിൽ അതിവ്യാപ്തി ഉണ്ടെന്നു പറയുന്നു. നാം കൊടുക്കുന്ന ലക്ഷണം പ്രസ്തുത ഗണത്തിലെ യാതൊരംഗത്തിനും ബാധകമല്ലെങ്കിൽ അസംഭവം എന്ന ദോഷം ആ ലക്ഷണത്തിനുണ്ട്.

ഉദാഹരണമായി, ഗോക്കളുടെ മുഴുവൻ ലക്ഷണത്തെ കൊടുക്കുന്നു എന്നുവിചാരിക്കുക. ചുവപ്പുനിറമാണ് ഗോക്കളുടെ ലക്ഷണം എന്നു പറഞ്ഞാൽ, എല്ലാ ഗോക്കൾക്കും ഈ ലക്ഷണം ബാധകമാവുകയില്ല. എന്തെന്നാൽ കറുത്ത നിറമുള്ള ഗോക്കളും ഉണ്ടാകാമല്ലോ. അതിനാൽ "ചുവപ്പുനിറം" എന്ന ലക്ഷണത്തിന് അവ്യാപ്തി എന്ന ദോഷമുണ്ട്. ഇനി കൊമ്പുള്ളവ എന്നാണ് ഗോക്കളുടെ ലക്ഷണമായി പറയുന്നതെങ്കിൽ

ഗോക്കളുടെ ഇനത്തിൽപ്പെടാത്ത എരുമകൾക്കും കൊമ്പുണ്ട് എന്നതിനാൽ ആ ലക്ഷണം അതിവ്യാപ്തി എന്ന ദോഷത്തോടുകൂടിയതാണ്. നിറമില്ലാത്തവ എന്നതാണ് പശുക്കളുടെ ലക്ഷണമെങ്കിൽ--എന്തെങ്കിലും ഒരു നിറമില്ലാത്ത പശു ഇല്ല എന്നതിനാൽ ഈ ലക്ഷണത്തിന് അസംഭവം എന്ന ദോഷമുണ്ട്.

ഗണങ്ങളുടെ ലക്ഷണം പറയുമ്പോൾ അവ്യാപ്തി, അതിവ്യാപ്തി, അസംഭവം എന്നീ ദോഷങ്ങൾ ഇല്ലാതിരുന്നാൽ മാത്രമേ പ്രസ്തുത ഗണത്തിലെ അംഗങ്ങൾ എന്തൊക്കെയാണെന്ന് വ്യക്തമാകുകയുള്ളൂ. അപ്പോൾ മാത്രമേ ആ ഗണത്തെ നിർവചിച്ചു എന്ന് നമുക്ക് അവകാശപ്പെടാൻ സാധിക്കുകയുള്ളൂ.

ഒരു ഗണത്തെ ഒന്നായിക്കാണുന്ന അവസരങ്ങളിൽ ആ ഗണത്തെ ഏതെങ്കിലും ഒരക്ഷരം പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നതായി വിചാരിക്കാം.

A = (1, 3, 5) B = (വാതം, പിത്തം, കഫം)
C = (x/x) (ഏതെങ്കിലും ഒരുനക്ഷത്രം)
I = (x/x) (ഒരു പൂർണസംഖ്യ)

ഉപഗണങ്ങൾ

ഇനി ഈ പുസ്തകത്തിൽ പ്രസ്താവിക്കാനിരിക്കുന്ന കാര്യങ്ങൾക്ക് വളരെ അധികം സഹായകമായി വരുന്ന ആശയമാണ് ഉപഗണമെന്നത്.

A എന്ന അക്ഷരം പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന ഗണത്തിലെ ഓരോ അംഗവും B എന്ന മറ്റൊരു ഗണത്തിലെ അംഗമാണെങ്കിൽ A എന്നത് B യുടെ ഒരു ഉപഗണമെന്നു പറയുന്നു. $A \subset B$ എന്നെഴുതുകയും ചെയ്യുന്നു.

ഉദാഹരണങ്ങൾ

[1] A = (a, b, c, d) B = (a, b, c, d, p, q, r,)

ഇവിടെ A യിലെ ഓരോ അംഗവും Bയിലെ അംഗമാണ്.
അതിനാൽ A എന്നത് B യുടെ ഒരു ഉപഗണമാണ്.

$$A \subset B$$

[2] ലോകത്തിലെ ഗോക്കളെല്ലാം ചേർന്ന ഗണം B
ലോകത്തിലെ ചുവന്ന ഗോക്കളുടെ ഗണം A

ചുവന്ന ഗോക്കളോരോന്നും ഗോക്കളുടെ ഗണത്തിൽ അംഗമാണ്. അതിനാൽ $A \subset B$

[3] A = (കേരളീയ ജനത); B = (ഭാരതീയ ജനത). വ്യക്തമായും $A \subset B$

$A \subset B$ ആണെങ്കിൽ, A ന്യൂനദേശവൃത്തിയും B എന്നത് അധികദേശവൃത്തിയുമാണെന്ന് പഴയ നൈയായികന്മാർ പറയാറുണ്ട്. ഇവിടെ ഭാരതീയജനത അധികദേശവൃത്തിയും കേരളീയ ജനത ന്യൂനദേശവൃത്തിയുമാണെന്ന് വ്യക്തം. A എന്നത് Bയുടെ ഉപഗണമാണെങ്കിൽ ഈ രണ്ടു ഗണങ്ങഠംക്കും തമ്മിൽ വ്യാപ്യവ്യാപക ഭാവമുണ്ടെന്നും നൈയായികർ പറയുന്നു.

ഉപഗണമായ A , വ്യാപ്യം

B എന്നത് വ്യാപകം.

ഉപഗണത്തിൻെറ മേൽപ്പറഞ്ഞ നിർവചനമനുസരിച്ചു നോക്കിയാൽ $A \subset A$ എന്നു സമ്മതിക്കേണ്ടിവരും.

A യിലെ ഓരോ അംഗവും B യിലെ തന്നെ അംഗമാണ്. അതിനാൽ Aഎന്നത് അതിൻെറ തന്നെ ഒരു ഉപഗണമാണെന്നു പലപ്പോഴും ഗണിക്കാറുണ്ട്.

ഒരു ഗണത്തിനുതന്നെ അനേകം ഉപഗണങ്ങഠം ഉണ്ടാകാം.
A = (a, b, c, d)   B = (a,b)   C = (a, b, d)   D = (c, d,)
B, C, D ഇവ ഓരോന്നും A യുടെ ഉപഗണമാണ്.

സമസ്തഗണം

ഏതു പരിഗണനയിലും ഒരു ഗണവും അതിൻെറ ഉപഗണങ്ങളും മാത്രമേ നമ്മുടെ ചർച്ചക്കു വിധേയമാകുന്നുള്ളൂ എങ്കിൽ ആ ഗണത്തെ സമസ്തഗണമെന്നു പറയുന്നു.
ഉദാഹരണത്തിന്, ചുവന്നപശുക്കഠം, കറുത്തപശുക്കഠം. കറവ

യുള്ള പശുക്കരം എന്നിങ്ങനെ പശുക്കളുടെ വിവിധ ഗണങ്ങളെ കുറിച്ച് പഠിക്കുമ്പോരം, എല്ലാ പശുക്കളും അടങ്ങിയ ഗണത്തെ സമസ്തഗണമായെടുക്കുക. ചുവന്ന പശുക്കളുടെ, ഗണം, കറുത്ത പശുക്കളുടെ ഗണം, കറവയുള്ള പശുക്കളുടെ ഗണം എന്നിവ സമസ്തഗണത്തിന്റെ ഉപഗണങ്ങളായിരിക്കും.

ദ്രവ്യങ്ങരം, ഗുണങ്ങരം, കർമങ്ങരം എന്നിവയെക്കുറിച്ചുള്ള ചിന്തയിൽ ഇവ മൂന്നും കൂടിയ ഗണത്തെ സമസ്തഗണമായിട്ടെടുക്കുക.

ദ്രവ്യങ്ങളുടെ സമാഹാരം, ഗുണങ്ങളുടെ സമാഹാരം, കർമങ്ങളുടെ സമാഹാരം എന്നിവ ഈ സമസ്തഗണത്തിന്റെ ഉപഗണങ്ങളായിരിക്കും.

സാധാരണമായി സമസ്തഗണങ്ങളെ കാണിക്കുവാൻ പല ഗ്രന്ഥകാരന്മാരും പല അക്ഷരങ്ങളാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൽ "Ω" (ഒമീഗ) എന്ന ഗ്രീക്ക് അക്ഷരമാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

വെൻചിത്രങ്ങൾ

ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിലെ പല സംഗതികളെക്കുറിച്ചും ശരിയായ ബോധമുണ്ടാക്കുവാൻ ചിത്രങ്ങരം പലപ്പോഴും സഹായകമാകാറുണ്ട്.

ഏതെങ്കിലും ഒരു സംവൃത ചിത്രത്തിനകത്ത് കിടക്കുന്ന സ്ഥലത്തെ സൗകര്യപൂർവം ഒരു ഗണത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുവാൻ ഉപയോഗിക്കാറുണ്ട്. ഇത്തരം സംവൃത ചിത്രങ്ങളെയാണ് വെൻചിത്രങ്ങരം എന്നു വിളിക്കുന്നത്.



ചിത്രം 1

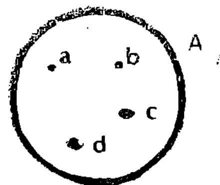
A,B,C,D എന്നീ ഗണങ്ങളെ കാണിക്കുന്ന വെൻചിത്രങ്ങളാണ് മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

ഏതെങ്കിലും ഒരു ഗണത്തിലെ അംഗങ്ങളെ വേർതിരിച്ചു കാണിക്കേണ്ട അവസരങ്ങളിൽ ആ ഗണത്തെ കാണിക്കുന്ന സംവൃത ചിത്രം വരച്ചു അംഗങ്ങളെ പ്രതിനിധീകരിക്കുവാൻ ആ ചിത്രത്തിനകത്ത് അംഗങ്ങൾക്ക് പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം ബിന്ദുക്കളിടുകയാണ് പതിവ്

A = (a, b, c, d)

A യുടെ ഒരു ഉപഗണമെടുക്കുക

B = (c, d)

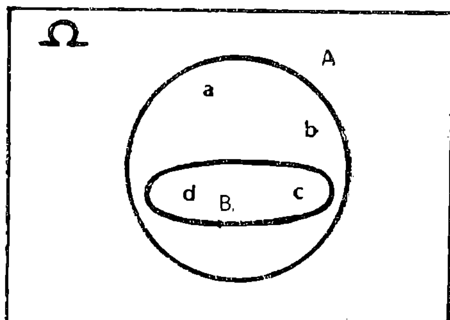


ചിത്രം 2

B യെ ചിത്രത്തിൽ കാണിക്കുമ്പോൾ c, d എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അതിനകത്തു വരുവാൻ പാകത്തിനായിരിക്കണം വരക്കുന്നത്.

ഒരു കാര്യത്തിൽ പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കണം. വെൻചിത്രങ്ങൾ വരക്കുമ്പോൾ ന്യൂനദേശവൃത്തികളായ ഉപഗണങ്ങളെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങൾ അധികദേശവൃത്തിയായ ഗണത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിനകത്തുമാത്രം കിടക്കത്തക്ക വിധത്തിലായിരിക്കണം വരക്കേണ്ടത്.

അങ്ങനെയാകുമ്പോഠം ഏതു പരിഗണനയിലും സമസ്ത ഗണത്തെ കാണിക്കുന്ന ചിത്രത്തിനകത്തേ ആ ചിന്തയിലെ ഗണങ്ങഠം വരികയുള്ളൂ. സമസ്തഗണത്തെ സാധാരണ മായി ചതുരം ഉപയോഗിച്ചാണ് കാണിക്കുക. ഉപഗണ

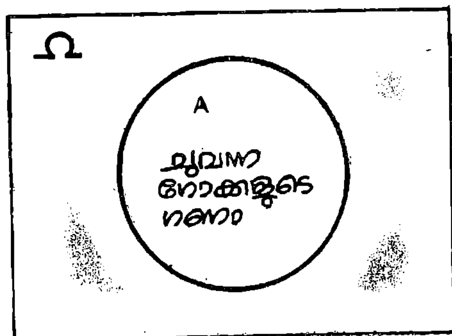


ചിത്രം 3

ങ്ങളെ കാണിക്കാൻ ആ ചതുരത്തിനകത്തു കിടക്കുന്ന വൃത്തമോ മറേറതെങ്കിലും സംവൃത ചിത്രമോ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 1

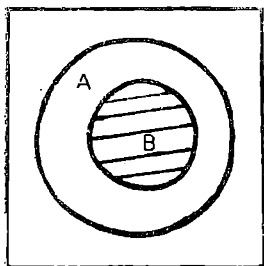
എല്ലാ ഗോക്കളും ചേർന്ന ഗണം സമസ്തഗണം "$\mathcal{U}$"
ചുവന്ന ഗോക്കളുടെ ഗണം : A



ചിത്രം 4

ഉദാഹരണം 2

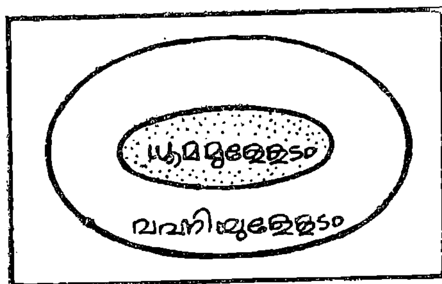
A എല്ലാ പൂർണസംഖ്യകളും അടങ്ങിയ ഗണം
B ഒന്നു മുതൽ നൂറുവരെയുള്ള പൂർണസംഖ്യകളുടെ ഗണം.



ചിത്രം 5

ഉദാഹരണം 3

ന്യായശാസ്ത്രത്തിൽ പലപ്പോഴും വ്യവഹരിക്കാറുള്ള ഒരു ഉദാഹരണം കൂടി എടുക്കാം. പുകയുള്ളേടത്തെല്ലാം തീയുണ്ട്. എന്നാൽ തീയുള്ളേടത്തെല്ലാം പുകയില്ലതാനും. അതായത് വഹ്നി (തീ) അധികദേശവൃത്തിയും ധൂമം (പുക) ന്യൂനദേശവൃത്തിയുമാണ്. ധൂമമുള്ളേടം വ്യാപ്യവും വഹ്നിയുള്ളേടം വ്യാപകവുമാണ്. ഇതു വെൻചിത്രത്തിൽ കാണിക്കാം.



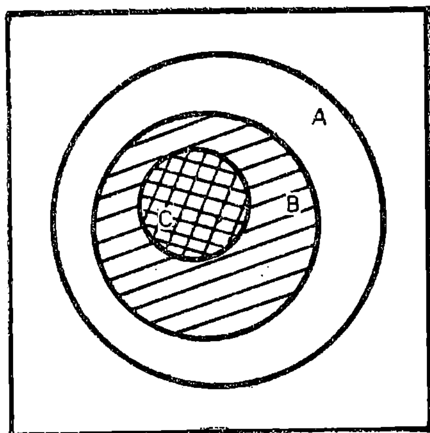
ചിത്രം 6

ഒരു ഗണത്തിൽത്തന്നെ ഒന്നിലധികം ഉപഗണങ്ങൾ ഉണ്ടാകാമെന്ന് നാം കണ്ടുവല്ലൊ. അങ്ങനെയുള്ള അവസര

ങ്ങളിൽ അതിനനുസരിച്ച ചിത്രങ്ങളും വരക്കണം. A എന്ന ഒരു ഗണം. അതിന്റെ ഉപഗണം B. ഈ B എന്ന ഗണത്തിന്റെ ഉപഗണം C. ഇങ്ങനെ വരാം.

ഉദാഹരണം

A : ഗോക്കളുടെയെല്ലാം സമൂഹം
B : ചുവന്നഗോക്കളുടെ സമൂഹം
C : ചുവന്ന ഗോക്കളിൽ കറവയില്ലാത്തവ



ചിത്രം 7

ഇവിടെ A എന്ന ഗണത്തെ കാണിക്കുന്ന ചിത്രത്തിനകത്തു മാത്രമാകണം 'B'. B എന്ന ഗണത്തെ കാണിക്കുന്ന ചിത്രത്തിനകത്താകണം 'C'.

$$C \subset B \subset A$$

C എന്നത് B യുടെ ഉപഗണവും

B എന്നത് A യുടെ ഉപഗണവും

ആയാൽ

C എന്നത് A യുടെ ഉപഗണമാവും. C എന്നത് തികച്ചും A യുടെ അകത്തു കിടക്കുന്നുണ്ടല്ലോ. അപ്പോൾ $C \subset A$.

വെൻചിത്രത്തിൽ നിന്നും ഈ കാര്യം വ്യക്തമാകുന്നു.

അപ്പോൾ, C എന്നത് B യുടെ വ്യാപ്യം എന്നും B എന്നത് A യുടെ വ്യാപ്യം എന്നും പറഞ്ഞാൽ C എന്നത് A യുടെ വ്യാപ്യമാകുമെന്നതു സിദ്ധം.

നേരെമറിച്ചും പറയാം.

'C' യുടെ വ്യാപകമാണ് 'B'. B, യുടെ വ്യാപകമാണ് A എന്നു വരികിൽ C യുടെ വ്യാപകമാകും 'A'.

ഗണങ്ങളുടെ ബീജഗണിതം

ഗണങ്ങൾ, ഉപഗണങ്ങൾ, അംഗങ്ങൾ എന്നെല്ലാം പറഞ്ഞുവല്ലോ. രണ്ടോ അതിലധികമോ ഗണങ്ങളെക്കൊണ്ടു നടത്താവുന്ന പല ക്രിയകളുമുണ്ട് സാധാരണ ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ. രണ്ടുസംഖ്യകളെക്കൊണ്ട് കൂട്ടുക, കുറക്കുക, ഗുണിക്കുക മുതലായ ക്രിയകൾ ചെയ്യുന്നതുപോലെ ഗണങ്ങൾ തമ്മിലും പല ക്രിയകളുംചെയ്യാം. അവയിൽ തൽക്കാലത്തെ ആവശ്യത്തിനുതകുന്ന ചിലതുമാത്രം ഇവിടെ വിവരിക്കാം.

സംഗമം

(1) A എന്നും, B എന്നും രണ്ടുഗണങ്ങൾ എടുക്കുക. ഈ രണ്ട് ഗണങ്ങളിലും അംഗങ്ങളായ വസ്തുക്കളുണ്ടോ എന്നു പരിശോധിക്കുക. അങ്ങനെയുണ്ടെങ്കിൽ ഈ വസ്തുക്കളുടെയെല്ലാം ഗണം കാണുക. ഇതാണ് ഒരു ക്രിയ. ഗണങ്ങളുടെ സംഗമം എന്ന് ഈ ക്രിയക്ക് പേർ കൊടുക്കാം.

ഉദാഹരണം 1

A =(a, b, c, d, e)
B =(a, c, d, f)

ഇവിടെ a, c, d, എന്നിവ A യിലും B യിലും ഒപ്പം അംഗങ്ങളാണ്. അതിനാൽ (a, c, d,) എന്ന ഗണം A യുടെയും B യുടെയും സംഗമമാണ്.

നാം ∩ എന്ന ചിഹ്നം സംഗമത്തെ കാണിപ്പാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

$A \cap B = (a, c, d)$

ഉദാഹരണം (2)

A: ഒന്നു മുതൽ 25 വരെയുള്ള പൂർണസംഖ്യകളുടെ ഗണം.
B: 10 മുതൽ 30 വരെയുള്ള പൂർണസംഖ്യകളുടെ ഗണം.

എന്നാൽ $A \cap B$ എന്നത് 10 മുതൽ 25 വരെയുള്ള പൂർണ സംഖ്യകളുടെ ഗണമാണ്.

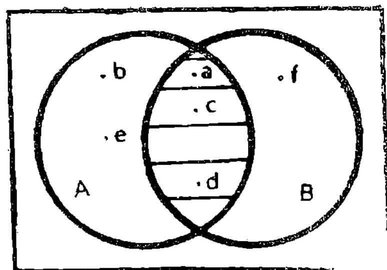
ഉദാഹരണം (3)

A: ഗോക്കളുടെ ഗണം
B: ആനകളുടെ ഗണം

ഇവിടെ A യിലും B യിലും ഒപ്പം അംഗങ്ങളായി ഒന്നുമില്ല. ശൂന്യഗണത്തിന്റെ ആശയമുപയോഗിച്ചാൽ A യിലും B യിലും ഒപ്പം അംഗങ്ങളായവയുടെ ഗണം ശൂന്യഗണമാണെന്നു പറയണം.

$A \cap B$ ശൂന്യഗണമാണ്.

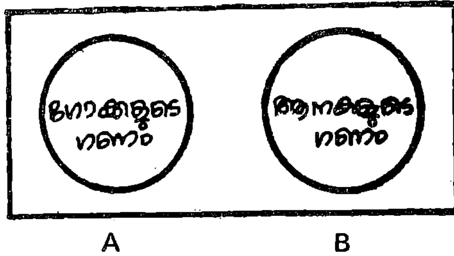
സംഗമത്തിന്റെ വെൻചിത്രങ്ങൾ



ചിത്രം 8

$A \cap B$ ശൂന്യഗണമല്ല. അങ്ങനെയുള്ള അവസരങ്ങളിൽ A എന്ന ഗണത്തെ കാണിക്കുന്ന ചിത്രവും B എന്ന ഗണത്തെ

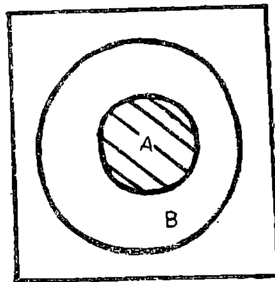
കാണിക്കുന്ന ചിത്രവും തമ്മിൽത്തമ്മിൽ ഖണ്ഡിക്കാത്തക്കവണ്ണം വരയ്ക്കണം.



ചിത്രം 9

ചിലപ്പോൾ A യിലെ അംഗങ്ങളെല്ലാം B യിലെ അംഗങ്ങളാകാം. അതായത് A എന്നത് B യുടെ ഉപഗണമാകാം. അപ്പോൾ A ക്കും B ക്കും പൊതുവായി A യിലെ അംഗങ്ങളെല്ലാം വരും.

$A \subset B$ എന്നത് $A \cap B$ എന്നത് തന്നെ



ചിത്രം 10

അംഗങ്ങളുടെ യഥാർഥ സ്ഥിതി മുൻകൂട്ടി അറിയാതെ വരുമ്പോൾ രണ്ടു ഗണങ്ങളുടെ ചിത്രങ്ങളും ഖണ്ഡിക്കുന്ന വിധത്തിൽ വരക്കുക. അവസാനം ഈ സംഗമം ശൂന്യഗണമാണോ എന്നു മററു വഴിക്ക് പരിശോധിക്കാം.

ഗണങ്ങളുടെ യോഗം

A, B എന്നു രണ്ടു ഗണങ്ങളെടുക്കുക. A യിൽ മാത്രം അംഗങ്ങളായവയും B യിൽ മാത്രം അംഗങ്ങളായവയും A യിലും B യിലും അംഗങ്ങളായവയും ചേർന്ന ഗണത്തിന് A യുടെയും B യുടെയും യോഗം എന്നു പേർ. ഈ ഗണത്തെ A U B എന്നെഴുതുന്നു.

ഉദാഹരണം (1)

A = (a. b, c) B = (b, c, d, e)
AUB = (a, b, c, d, e)

ഉദാഹരണം (2)

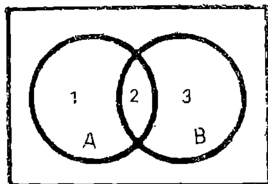
A: ഒന്നു മുതൽ നൂറുവരെയുള്ള പൂർണസംഖ്യകളുടെ ഗണം
B: 50 മുതൽ 150 വരെയുള്ള പൂർണസംഖ്യകളുടെ ഗണം
AUB = ഒന്നുമുതൽ നൂററമ്പത് വരെയുള്ള പൂർണ സംഖ്യകളുടെ ഗണം

ഉദാഹരണം 3

A: സംസ്കൃതം പഠിച്ചവരുടെ ഗണം
B: പാട്ടു പഠിച്ചവരുടെ ഗണം

AUB: സംസ്കൃതം പഠിച്ചവരും പാട്ടു പഠിച്ചവരും സംസ്കൃതവും പാട്ടും പഠിച്ചവരും എല്ലാം അടങ്ങിയ ഗണം.

AUB യുടെ വെൻചിത്രം



ചിത്രം 11

AUB: 1, 2, 3 എന്നിങ്ങനെ അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള മൂന്നു ഭാഗങ്ങളും ചേർന്ന സ്ഥലമാണ് AUB യെ വെൻചിത്രത്തിൽ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നത്.

ഗണങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം

A എന്നും B എന്നും രണ്ടു ഗണങ്ങളെടുക്കുക. A യിലെ അംഗങ്ങളാകുകയും അതേ സമയം B യിലെ അംഗങ്ങളാകാതിരിക്കുകയും ചെയ്യുന്ന വസ്തുക്കളുടെ ഗണമാണ് A–B എന്നെഴുതുന്നത്.

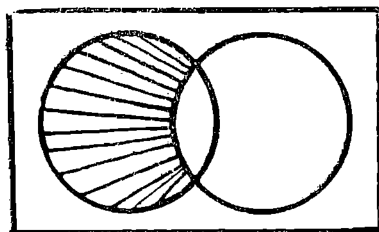
ഉദാഹരണം (i)

A= (a.b,c)   B= (c,d,e),   A—B= (a,b)

ഉദാഹരണം(2)

A: 1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ ഗണം.
B: 5 മുതൽ 12 വരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ ഗണം.
A—B= 1 മുതൽ 4 വരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ ഗണം.

A — B എന്നതിന്റെ വെൻചിത്രം



ചിത്രം 12

ചിത്രത്തിൽ ഷേഡു ചെയ്തിരിക്കുന്ന സ്ഥലം A – B യെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നു.

ഗണങ്ങളുടെ ക്രിയകളിൽ പ്രധാനമായ ചിലത് ഇവിടെ വിവരിച്ചു എന്നുമാത്രം. ഇനിയും ചിലതു കൂടി ഉണ്ട്. തൽക്കാലം ഇത്രയും മതിയാകുമെന്ന് കരുതുന്നു.

ഗണങ്ങൾ, ഉപഗണങ്ങൾ, സംഗമങ്ങൾ, യോഗങ്ങൾ, എന്നിവയെ സംബന്ധിച്ചും അവയുടെ വെൻചിത്രങ്ങളെ സംബന്ധിച്ചും വ്യക്തമായ ധാരണ ഉണ്ടെങ്കിൽ മാത്രമേ

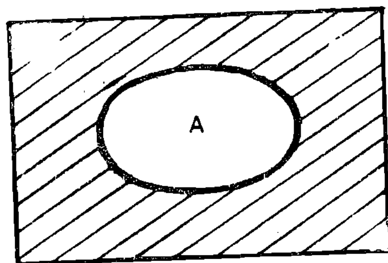
ഇനി വരുന്ന അധ്യായങ്ങളിൽ വിവരിക്കാനിരിക്കുന്ന സംഗതികരം ബോധ്യപ്പെടുകയുള്ളൂ.

A എന്ന ഒരു ഗണംവരുന്ന ഒരു പഠനത്തിൽ ധ (ഒമേഗ) എന്നതു സമസ്ത ഗണമായിട്ടെടുത്തിരിക്കുന്നു. അപ്പോരം A എന്നത് ധ (ഒമേഗ) യുടെ ഉപഗണമാണ്. ഈ ധ (ഒമേഗ) യും A യും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കാണുക. അതായത് ധ (ഒമേഗ) യിലെ അംഗങ്ങളാകുകയും A യിലെ അംഗങ്ങളല്ലാതിരിക്കുകയും ചെയ്യുന്ന അംഗങ്ങളുടെ ഗണം: ധ-A.

ഇതിന് A യുടെ പൂരകഗണം എന്ന് പേർ. A' എന്നെഴുതുകയും ചെയ്യും.

ഇതുപോലെ തന്നെ B എന്നത് ധ യുടെ ഉപഗണമാണെങ്കിൽ ധ—B എന്നത് B'. ഇത് B യുടെ പൂരകഗണം.

ഒരു പഠനത്തിൽവരുന്ന ഗണങ്ങളെ പരിശോധിച്ച് അതിന്നനുസരിച്ചാണല്ലോ സമസ്തഗണം എടുക്കുന്നത്. അപ്പോരം ഈ ഗണങ്ങളെല്ലാം പ്രസ്തുത ഗണത്തിൻെറ ഉപഗണങ്ങളാകും. അവയ്ക്കെല്ലാം പൂരകഗണങ്ങളുണ്ടായിരിക്കുകയും ചെയ്യും.



ചിത്രം 13

ചിത്രത്തിൽ ഷേഡുചെയ്തിരിക്കുന്നത് A', അതായത് ധ-A

സാധാരണമായി സമസ്തഗണത്തെ കാണിപ്പാൻ ചതുരവും അതിൻെറ ഉപഗണങ്ങളെ കാണിപ്പാൻ ആ ചതുരത്തിനകത്തു കിടക്കുന്ന വൃത്തമോ വേറെ ഏതെങ്കിലും സംവൃത ചിത്രമോ ആണ് വെൻചിത്രത്തിന്നുപയോഗിക്കാറ്.

3

പ്രസ്താവനകളും ബീജഗണിതവും

സാധാരണ സംഖ്യകളുടെ ബീജഗണിതം നമുക്കേവർക്കും സുപരിചിതമാണ്. ഗണങ്ങൾക്കും ഉപഗണങ്ങൾക്കും പ്രത്യേകമായ ബീജഗണിതമുണ്ടെന്ന് നാം കണ്ടു. ഇനി പ്രസ്താവനകളുടെ അഥവാ വാക്യങ്ങളുടെ ബീജഗണിതത്തെക്കുറിച്ചാലോചിക്കാം. ഒരു പ്രസ്താവന അഥവാ വാക്യം കുറേ പദങ്ങളെക്കൊണ്ട് നിർമിക്കപ്പെട്ടതാണ്. ചില പദങ്ങൾക്ക് ഒന്നിലധികം അർഥമുണ്ടെന്ന് നമുക്കെല്ലാവർക്കും അറിയാം. അപ്പോൾ പദങ്ങളുടെ സമാഹാരമായ വാക്യങ്ങൾക്ക് ഒന്നിലധികം വ്യാഖ്യാനങ്ങൾ വരാം. ഇങ്ങനെ പല വ്യാഖ്യാനങ്ങൾ വന്നാൽ സംഭവിക്കാവുന്ന അവ്യവസ്ഥിതി ദൂരീകരിക്കുന്നതിനുവേണ്ടി ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ പ്രസ്താവനകളുടെ ഒരു ബീജഗണിതം രൂപപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്. വ്യക്തമായ നിർവചനങ്ങളും അടയാളങ്ങളും ക്രിയകളും അവയുടെ പ്രത്യേകതകളും ചേർന്നതാണീ ബീജഗണിതം

പ്രസ്താവന

ഈ പദം ഇനിമേലിൽ ഒരു പ്രത്യേക അർഥത്തിൽ മാത്രമേ ഉപയോഗിക്കുകയുള്ളു...

നിർവചനം

ഒട്ടും തന്നെ സംശയാസ്പദമല്ലാത്ത വിധത്തിൽ വ്യക്തമായ ഒരു ആശയത്തെ ഉറപ്പിച്ച് പ്രകടിപ്പിക്കുന്ന വാക്യത്തിന് പ്രസ്താവന എന്നു പറയുന്നു. ഭൂതകാലമോ, ഭാവികാലമോ, വർത്തമാനകാലമോ എന്നു നോക്കേണ്ടതില്ല.

ഒരു പ്രസ്താവന പ്രകടിപ്പിക്കുന്ന സംഗതി ഒന്നുകിൽ തീർത്തും തെറ്റായിരിക്കും, അല്ലെങ്കിൽ തികച്ചും ശരിയായിരിക്കും. തെറ്റിന്റേയും ശരിയുടേയും കലർപ്പോ മധ്യവർത്തിത്വമോ സംശയമോ ഇല്ലാത്തതാണ് പ്രസ്താവന, ഇപ്പറഞ്ഞതിൽ നിന്ന് ഒരു കാര്യം വ്യക്തമാകുന്നു; എല്ലാ വാക്യങ്ങളും പ്രസ്താവനകളല്ലെന്ന്.

ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ താഴെ കൊടുക്കുന്നു,

1. ജനിച്ചാൽ മരിക്കും.
2. 2, 5 എന്നീ സംഖ്യകൾ കൂടിയാൽ ഏഴുകിട്ടും.
3. രാമൻ ഒരു വൈദ്യനാണ്.
4. അവൾ ഇന്നലെ വന്നില്ല.
5. ഇന്നു സാമാനങ്ങൾക്ക് വില കൂടുകയാണ്.
6. അയാൾ ഒരു വക്കീലാണോ ?
7. ഭൂമി ഉരുണ്ടതാണോ ?

1 മുതൽ 5 വരെ എഴുതിയിട്ടുള്ള വാക്യങ്ങൾ പ്രസ്താവനകളാണ്. എന്നാൽ 6, 7, എന്നിവ പ്രസ്താവനകളല്ല.

ഒരു പ്രസ്താവന ഒന്നുകിൽ യഥാർത്ഥമാകണം, അല്ലെങ്കിൽ അയഥാർത്ഥമാകണം എന്നു പറഞ്ഞു. ഒരു പ്രസ്താവനയുടെ യാഥാർത്ഥ്യത്തേയോ, തൽഭിന്നത്വത്തേയോ ആ പ്രസ്താവനയുടെ യാഥാർത്ഥ്യ മൂല്യം എന്നു വിളിക്കാം. അപ്പോൾ എല്ലാ പ്രസ്താവനകൾക്കും അവയുടേതായ യാഥാർത്ഥ്യ മൂല്യമുണ്ടെന്ന് വ്യക്തം. ഈ കാര്യം വ്യക്തമാക്കേണ്ടതിക്കിൽ നാം ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ ചില നിശ്ചയങ്ങൾ ചെയ്തിട്ടുണ്ട്.

ഒരു പ്രസ്താവന ശരിയാണ് അഥവാ യാഥാർത്ഥ്യമാണ് എങ്കിൽ ആ പ്രസ്താവനയുടെ യാഥാർത്ഥ്യ മൂല്യം '1' എന്നും,

പ്രസ്താവന തെററാണെങ്കിൽ അതിന്റെ യാഥാർഥ്യ മൂല്യം '0' എന്നും എഴുതുക. ഇതാണ് ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിലെ നിശ്ചയം. അപ്പോൾ ഏതു പ്രസ്താവനയെടുത്താലും അതിന്റെ യാഥാർഥ്യമൂല്യം 1 അല്ലെങ്കിൽ 0 ആയിരിക്കും. ഒന്നിലധികം പ്രസ്താവനകളെ എടുത്തു കൈകാര്യം ചെയ്യേണ്ട അവസരങ്ങളിൽ ഒരു പ്രസ്താവനയെ 'p' എന്നും പിന്നെയൊരു പ്രസ്താവനയെ 'q' എന്നും മററൊന്നിനെ 'r' എന്നും വ്യത്യസ്ത അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് വേറെ വേറെ കാണിക്കാം.

ഉദാഹരണം

പുകയുണ്ട് : p
തീയുണ്ട് : q

ഉദാഹരണം

വിറകിനു വിലകൂടി : p
ഇന്നു തിങ്കളാഴ്ചയാണ് : q
ഞാൻ ദുഃഖിതനാണ് :r

അനേകം പ്രസ്താവനകൾ ഒരുമിച്ചെടുക്കുമ്പോൾ ചിലതിന്റെ യാഥാർഥ്യ മൂല്യം '1' ഉം ചിലതിന്റെ '0' വും ആകും. ഇവ തമ്മിൽത്തമ്മിൽ സംശയം ജനിപ്പിച്ചേക്കാം. അതു വരാതിരിക്കാൻ പ്രസ്തുത സന്ദർഭത്തിൽ നാമെടുക്കുന്ന ഓരോ പ്രസ്താവനകളുടെയും യാഥാർഥ്യ മൂല്യം കാണിക്കുന്ന ഒരു പട്ടിക തയ്യാറാക്കുകയാണ് പതിവ്. പ്രസ്താവനകളുടെ യാഥാർഥ്യ മൂല്യത്തെ കാണിക്കുന്ന പട്ടികക്ക് 'മൂല്യപ്പട്ടിക' എന്ന പേർ കൊടുക്കാം. പ്രസ്താവനകളെ ഒററക്കൊററ ക്കെടുക്കുന്നതു കൂടാതെ പല പ്രസ്താ വനകളും ഇനി പറയുവാനിരിക്കുന്ന തരത്തിൽ കൂട്ടിച്ചേർത്ത് സങ്കീർണങ്ങളായ മററു പ്രസ്താവനകൾ ഉണ്ടാക്കേണ്ടി വന്നേക്കാം. ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ വ്യക്തമായ രൂപം കിട്ടാൻ മൂല്യപ്പട്ടികകൾ വളരെ അധികം ഉപകരിക്കും. അതിനാൽ പ്രസ്താവനകളുടെ മൂല്യപ്പട്ടികകൾ വരക്കുക എന്നത് ബീജഗണിതത്തിലെ മററൊരു പ്രധാന ക്രിയയാണ്.

നിഷേധം

ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രസ്താവന എടുത്താൽ അതിനെ നിഷേധിക്കുന്ന മററൊരു പ്രസ്താവന ഉണ്ടാക്കാം. ഇതിന് 'നിഷേധ'മെന്ന് പേർ. P എന്നത് ഒരു പ്രസ്താവനയാണെങ്കിൽ

അതിനെ നിഷേധിക്കുന്ന പ്രസ്താവനയ്ക്ക് –p എന്ന ചിഹ്നം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം (1)

ഇന്നു തിങ്കളാഴ്ചയാണ്: p
ഇന്നു തിങ്കളാഴ്ചയല്ല :P

ഉദാഹരണം (2)

3 എന്നത് ഒരു പൂർണസംഖ്യയല്ല: q
3 എന്നത് ഒരു പൂർണസംഖ്യയാണ്; –q

ഒന്നോ അതിലധികമോ പ്രസ്താവനകളെ അവലംബിച്ച മററു പ്രസ്താവനകളുണ്ടാക്കുമ്പോഴും മൂല്യപ്പട്ടികയെഴുതണം.

അതിൻെറ സമ്പ്രദായം താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

നിഷേധത്തിൻെറ മൂല്യപ്പട്ടിക :

p	– p
1	0
0	1

ഇരട്ടനിഷേധം

p: ഇന്നു സൂര്യനുദിച്ചു.
– p: ഇന്നു സൂര്യനുദിച്ചില്ല.
–(– p) ഇന്നു സൂര്യനുദിച്ചില്ല എന്നതു ശരിയല്ല.

ഈ ഇരട്ടനിഷേധത്തിൻെറ മൂല്യപ്പട്ടിക നോക്കുക:

p	–p	–(–p)
1	0	1
0	1	0

p എന്നതും അതിൻെറ ഇരട്ടനിഷേധമായ –(–p) എന്നതും കാര്യം ഒന്നുതന്നെയാണ് എന്നു നമുക്കറിയാം.

മൂല്യപ്പട്ടികയിൽ p യുടെ മൂല്യത്തെ കാണിക്കുന്ന ആദ്യത്തെ കോളവും —(—p) എന്നതിന്റെ മൂല്യത്തെ കാണിക്കുന്ന മൂന്നാമത്തെ കോളവും ഒരുപോലെയാണ്.

അപ്പോൾ മൂല്യപ്പട്ടികയിൽ യാഥാർഥ്യ മൂല്യങ്ങൾ കാണിക്കുന്ന കോളങ്ങൾ ഒരുപോലെ ആണെങ്കിൽ ഈ കോളങ്ങളിൽ കാണിക്കുന്ന പ്രസ്താവനകൾ രണ്ടും യുക്തിപരമായി തുല്യം ആണെന്ന് പറയുന്നു.

ഇരട്ട നിഷേധമെടുത്ത് ഈ സംഗതി കാണിച്ചു എന്നേയുള്ളു. അനുമാനത്തെ സംബന്ധിച്ചു പറയുകയാണെങ്കിൽ എത്ര സങ്കീർണങ്ങളായാലും രണ്ടു പ്രസ്താവനകളുടെ യാഥാർഥ്യ മൂല്യങ്ങൾ എപ്പോഴും ഏതവസ്ഥയിലും ഒരുപോലെ ആണെങ്കിൽ ഇവ യുക്തിപരമായി തുല്യം ആണെന്നു പറയുന്നു. യുക്തിപരമായി തുല്യം ആണെങ്കിൽ ഒന്നിനു പകരം വേറൊന്നാക്കിയാലും അനുമാനത്തിൽ തകരാറു സംഭവിക്കില്ല.

സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനകൾ

രണ്ടോ അതിലധികമോ പ്രസ്താവനകൾ കൂട്ടിച്ചേർത്തു പുതിയതായി മറ്റൊരു പ്രസ്താവന ഉണ്ടാക്കാൻ സാധിക്കും. ഇങ്ങനെയുള്ള പ്രസ്താവനകളെ സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനകളെന്നു പറയുന്നു. രണ്ടു പ്രസ്താവനകളെ സാധാരണമായി (ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ) ഏതെല്ലാം അർഥത്തിൽ കൂട്ടിച്ചേർക്കാറുണ്ടെന്നും അതിന് ഏതെല്ലാം സംയോജക ചിഹ്നങ്ങളാണുപയോഗപ്പെടുത്താറുള്ളതെന്നും താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

(i) ഉം എന്നു ചേർത്ത്–സംയോജക ചിഹ്നം $\wedge$
(ii) അഥവാ എന്നു ചേർത്ത്–സംയോജക ചിഹ്നം V
(iii) എങ്കിൽ എന്നു ചേർത്ത്–സംയോജക ചിഹ്നം $=>$
(iv) എങ്കിൽ എങ്കിൽ മാത്രം എന്നു ചേർത്ത് – സംയോജക ചിഹ്നം $<=>$

ഈ സംയോജക ചിഹ്നങ്ങളെ ഉപയോഗിച്ച് പ്രസ്താവനകളെ കൂട്ടിച്ചേർക്കുമ്പോൾ വരുന്ന അർഥങ്ങളെന്തെന്നും അങ്ങനെ പുതിയതായി ഉണ്ടാക്കിയ സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനകളുടെ യാഥാർഥ്യ മൂല്യങ്ങൾ പട്ടികയിൽ എങ്ങനെ കാണിക്കണമെന്നും വിവരിക്കാം.

ഏതെങ്കിലും സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനകളെക്കുറിച്ചു പര്യാലോചിക്കുന്നതിനുമുമ്പായി ഈ സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവന

കളിലടങ്ങിയിട്ടുള്ള മൗലിക പ്രസ്താവനകളുടെ യാഥാർത്ഥ്യ മൂല്യങ്ങൾ ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ വന്നുകൂടുവാൻ സാധ്യതയുണ്ടെന്ന് വ്യക്തമായി കണക്കിലെടുക്കണം. സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവന ഒരു പ്രസ്താവനയായതുകൊണ്ട് അത് ഒന്നുകിൽ ശരിയായിരിക്കണം അല്ലെങ്കിൽ തെററായിരിക്കണം. മേൽപ്പറഞ്ഞ പ്രസ്താവനകളിൽ ചിലതെടുത്താൽ സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവന ശരിയാകും, മററുചിലതെടുത്താൽ തെററാകും. ഏതായാലും എല്ലാ സാധ്യതകൾക്കും സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനകൾക്കും ഒരു യാഥാർത്ഥ്യമൂല്യമുണ്ടാകും. എന്നാൽ ചില സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനകൾ എപ്പോഴും ശരിയായി വരുന്നതു കാണാം. അതായത് ആ സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനയിലടങ്ങിയിരിക്കുന്ന മൗലിക പ്രസ്താവനകൾ ശരിയോ തെററോ ആയിരുന്നാലും സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവന ശരിയായിത്തന്നെ ഇരിക്കും. നേരെ മറിച്ച് ചില സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനകൾ എപ്പോഴും തെററായി വരുന്നതു കാണാം. ഒരു കാര്യം പ്രധാനമായും ഓർക്കണം. ഒന്നോ, രണ്ടോ, അതിലധികമോ മൗലിക പ്രസ്താവനകളും അവയെക്കൊണ്ടുണ്ടാകുന്ന സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനകളും എടുത്ത് മൂല്യപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുമ്പോൾ മൗലിക പ്രസ്താവനകൾക്ക് ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ യാഥാർത്ഥ്യ മൂല്യങ്ങൾ വരാൻ സാധ്യതയുണ്ടോ ആ സാധ്യതയെല്ലാം കണക്കിലെടുക്കണം. ഓരോ സാധ്യതകൾ ഓരോ വരിവീതം മൂല്യപ്പട്ടികയിൽ ഉപയോഗിക്കുകയും വേണം.

ഉദാഹരണത്തിന്, p, q എന്നീ രണ്ടു മൗലിക പ്രസ്താവനകളെടുക്കുകയാണെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇവ രണ്ടും കണക്കിലെടുക്കുമ്പോൾ താഴെ പറയുന്ന നാലു സാധ്യതകളുണ്ട്.

(1) p ശരി, q തെററ്
(2) p ശരി, q ശരി
(3) p തെററ്, q ശരി
(4) p തെററ്, q തെററ്

അപ്പോൾ p, q എന്നീ രണ്ടു മൗലികപ്രസ്താവനകളെടുത്ത് സമ്മിശ്രപ്രസ്താവനകളുണ്ടാക്കുമ്പോൾ അവയുടെ മൂല്യപ്പട്ടികകളിൽ നാലുസാധ്യതകളും അതനുസരിച്ച് നാലു വരികളും ഉണ്ടായിരിക്കണം. ഈ നാലുജോഡികളിലോരോന്നിനും സമ്മിശ്രപ്രസ്താവനയുടെ യാഥാർത്ഥ്യ മൂല്യം എന്തായിരിക്കുമെന്ന് കൃത്യമായും വ്യക്തമായും നാം നിശ്ചയി

ക്കണം. ഇനി ഓരോ സംയോജക ചിഹ്നമായി പരിഗണിക്കാം.

'ഉം' എന്നു ചേർക്കൽ–സംയോജക ചിഹ്നം $\wedge$

രണ്ടു പ്രസ്താവനകളെടുത്ത് 'ഉം' എന്ന ചേർത്താൽ ഉണ്ടാകുന്ന സമ്മിശ്രപ്രസ്താവനക്ക സന്ധി എന്ന പേർ കൊടുക്കാം.

ഉദാഹരണം 1

p: രാമൻ ബുദ്ധിമാനാണ്.

q: പൂച്ചക്ക് രാത്രി കണ്ണുകാണും.

ഈ രണ്ടു പ്രസ്താവനകളുടെ സന്ധി

$p \wedge q$: രാമൻ ബുദ്ധിമാനാണ്; അതേ സമയം പൂച്ചക്ക് രാത്രി കണ്ണുകാണുകയും ചെയ്യും.

ഉദാഹരണം 2

p: ചക്ക പഴുത്തു.

q: സതീശൻ പരീക്ഷയിൽ പാസായി.

$p \wedge q$: ചക്ക പഴുക്കുകയും സതീശൻ പരീക്ഷയിൽ പാസാവുകയും ചെയ്തു.

സംയോജക ചിഹ്നമുപയോഗിച്ച് രണ്ടു പ്രസ്താവനകളെ ചേർത്തു സമ്മിശ്രപ്രസ്താവന ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ ഈ രണ്ടു മൗലിക പ്രസ്താവനകളും തമ്മിൽ ബന്ധമുണ്ടോ ഇല്ലയോ എന്നു നോക്കുകയേ വേണ്ട. ബന്ധമുണ്ടോ ഇല്ലയോ എന്നത് തികച്ചും വ്യത്യസ്തമായ സംഗതിയാണ്. $\wedge$ എന്ന സംയോജക ചിഹ്നം ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവന എന്തെന്നുമാത്രം നോക്കിയാൽ മതി.

$\wedge$ എന്നുപയോഗിച്ച പുതിയൊരു പ്രസ്താവന ഉണ്ടാകുന്നതുകൊണ്ട് അതിന്റെ മൂല്യപ്പട്ടിക എഴുതണം.

p, q എന്ന് നാമകരണം ചെയ്തിട്ടുള്ള രണ്ടു പ്രസ്താവനകളും ഒപ്പം ശരിയായാൽ മാത്രമേ, p യും q യും എന്ന സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവന ശരിയാവുകയുള്ളൂ എന്ന് സാമാന്യബുദ്ധി കൊണ്ടാലോചിച്ചാൽ വ്യക്തമാകുന്നു. അതനുസരിച്ച് $p \wedge q$-ന്റെ മൂല്യപ്പട്ടിക എഴുതേണ്ട വിധം താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

p	q	p∧q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

മേൽക്കാണിച്ച പട്ടികയിൽ p ക്കും q വിനും വന്നു ചേരാവുന്ന യാഥാർഥ്യ മൂല്യങ്ങളുടെ എല്ലാ സാധ്യതകളും ഉണ്ട്. ഓരോന്നിനും ഓരോ വരിവീതം ഉപയോഗിച്ചിട്ടുമുണ്ട്. ഇനി മേലാൽ ∧ എന്ന സംയോജകചിഹ്നമുപയോഗിക്കുമ്പോഴെല്ലാം മേൽക്കാണിച്ച പട്ടിക അനുസരിച്ച വേണം മൂല്യപ്പട്ടിക വരക്കുന്നത്.

അഥവാ എന്നു ചേർക്കൽ – ചിഹ്നം V

p, q എന്നീ രണ്ടു പ്രസ്താവനകളെടുക്കുക. ഇവയെ V (അഥവാ) എന്ന് ചിഹ്നമിട്ടു ചേർക്കുക.

p അഥവാ q എന്നു വായിക്കുക.

ഉദാഹരണം

p : ഇന്നു രാമൻവരും.

q : ഇന്നു കൃഷ്ണൻ വരും.

p V q: ഇന്നു രാമൻ വരും, **അഥവാ** ഇന്നു കൃഷ്ണൻ വരും.

ഇവയിൽ ഒരു പ്രസ്താവന ശരിയും മറേറത് തെററുമാണെങ്കിൽ സമ്മിശ്രപ്രസ്താവന ശരിയാകണം. അതേ സമയത്ത് രണ്ടു പ്രസ്താവനകളും തെററാണെങ്കിൽ സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവന തീർച്ചയായും തെററാകണം. ഇതാണ് സാധാരണ നമ്മുടെ മനസ്സിൽ തോന്നുക. ഇനി നമുക്ക് p V q എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ മൂല്യപ്പട്ടിക എങ്ങനെ തയ്യാറാക്കാമെന്നു നോക്കുക. p, q എന്നിവയുടെ യാഥാർഥ്യ മൂല്യ

ങ്ങളുടെ എല്ലാ സാധ്യതകളും കണക്കിലെടുത്താൽ ഈ മൂല്യപ്പട്ടികയിൽ ആകെ നാലു വരികാം വേണം. അതനുസരിച്ച്,

p	q	pVq
1	1	
1	0	1
0	1	1
0	0	0

നമ്മുടെ മനസ്സിൽ തോന്നുന്നതനുസരിച്ച് അവസാനത്തെ മൂന്നുവരികളും എളുപ്പത്തിൽ എഴുതിത്തീർക്കാം. എന്നാൽ ആദ്യത്തെ വരി എങ്ങനെ മുഴമിപ്പിക്കണമെന്ന് തീർച്ചപ്പെടുത്താതെ വിട്ടിരിക്കുകയാണ്. അതായത്, p യും q വും രണ്ടും ശരിയാണെങ്കിൽ p അഥവാ q വിന്റെ യാഥാർഥ്യ മൂല്യമെങ്ങനെ എടുക്കണമെന്നു തീർച്ചപ്പെടുത്തിയിട്ടില്ല. അതു തീർച്ചപ്പെടുത്തുവാൻ പലതും ആലോചിക്കേണ്ടിയിരിക്കുന്നു.

സാധാരണ ഭാഷയിൽ 'അഥവാ' എന്ന പദം ഏതർഥത്തിലാണ് ഉപയോഗിക്കാറ് എന്ന് അവ്യക്തമാണ്.

പലപ്പോഴും സന്ദർഭംകൊണ്ട് നമുക്ക് കാര്യം വ്യക്തമാകും. പക്ഷെ, എല്ലായ്പോഴും അങ്ങനെ വ്യക്തമാകണമെന്നില്ല. ഏതർഥമാണെടുക്കേണ്ടതെന്നു സംശയിച്ചിരിക്കാൻ ഒരു ശാസ്ത്രകാരനു സാധിക്കുകയില്ല. അതിനാൽ ശാസ്ത്രകാരൻ വ്യക്തമായ ഒരു നിശ്ചയത്തിലെത്തണം.

അഥവാ എന്നു പറയുമ്പോഴും താഴെ കാണിക്കുന്ന രണ്ടു സാധ്യതകളുണ്ട്. അവയുടെ ചിഹ്നങ്ങളും വേറെ കൊടുക്കുന്നു. p അഥവാ q. ഇവിടെ p യോ, q വോ ഏതെങ്കിലും ഒന്നു മാത്രമല്ലാതെ രണ്ടുംകൂടി ഉദ്ദേശിക്കുന്നുണ്ടെങ്കിൽ V എന്ന സംയോജക ചിഹ്നമുപയോഗിക്കുക.

p അഥവാ q (ഏതെങ്കിലും ഒന്നുമാത്രം രണ്ടും കൂടിയില്ലാ എന്നാണുദ്ദേശ്യമെങ്കിൽ $\veebar$ എന്ന ചിഹ്നമുപയോഗിക്കുക. V, $\veebar$ എന്നിവയുടെ മൂല്യപ്പട്ടികകൾ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

p	q	pVq
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

p	q	$p \veebar q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

ഒരു കാര്യം പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധയർഹിക്കുന്നു. പ്രത്യേകമായി എടുത്തുപറഞ്ഞില്ലെങ്കിൽ V ആണ് ഉദ്ദേശിക്കുന്നത് എന്നു തന്നെ കരുതണം.

എങ്കിൽ എന്ന സംയോജകം $\Rightarrow$

സംശയാതീതമായി യാതൊരു നിബന്ധനയുമില്ലാതെ ഉറപ്പിച്ചു പറയുന്നതിനു പകരം പലപ്പോഴും ചില നിബന്ധനകൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന പ്രസ്താവനകൾ നമുക്ക് പരിഗണിക്കേണ്ടി വരും.

ഉദാഹരണം (1)

കമ്പനി ഉണ്ടാക്കുന്ന സാധനങ്ങൾ മെച്ചപ്പെടുത്തിയില്ലെങ്കിൽ അവിടെ നിന്ന് സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുന്നത് നിർത്തലാക്കും.

ഉദാഹരണം (2)

ഇന്നു മഴ പെയ്തെങ്കിൽ ഞാൻ കൃഷി ഇറക്കും.

മേൽക്കൊടുത്ത രണ്ടു പ്രസ്താവനകളും p എങ്കിൽ q എന്ന രൂപത്തിലുള്ളവയാണ്. ഈ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ രണ്ടു പ്രസ്താവനകൾ എങ്കിൽ $\Rightarrow$ എന്ന സംയോജക ചിഹ്നം കൊണ്ട് യോജിപ്പിച്ചിരിക്കുകയാണ്.

ഉദാഹരണം (i)

p: കമ്പനി ഉണ്ടാക്കുന്ന സാധനങ്ങൾ മെച്ചപ്പെട്ടതല്ല.
q: അവിടെ നിന്ന് സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുന്നത് നിർത്തലാക്കും.
സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവന p => q

ഈ സമ്മിശ്രപ്രസ്താവനയെ നാം p => q എന്ന ചിഹ്നം കൊണ്ട് കാണിക്കുന്നു. ഇവിടെ രണ്ട് പ്രസ്താവനകളെ നാം ബോധപൂർവം ചേർക്കുകയാണ്.

ഉദാഹരണം(2)

p: ഇന്നു മഴ പെയ്തു.
q: ഞാൻ കൃഷിയിറക്കും
സമ്മിശ്രപ്രസ്താവന p => q

ഇവിടെയും p എന്ന പ്രസ്താവനയും q ഉം നാം കൂട്ടിച്ചേർക്കുകയാണ്. സംയോജക ചിഹ്നങ്ങളുടെ എല്ലാ നിർവചനങ്ങളും മൂല്യപ്പട്ടികയെ ആശ്രയിച്ചാണ് നിർവഹിക്കേണ്ടത്.

ഈ സംയോജക ചിഹ്നത്തെ നിർവചിക്കുന്നത് മൂല്യപ്പട്ടിക ഉപയോഗിച്ചു തന്നെ വേണം.

p യും q വും ശരിയാണെങ്കിൽ p => q ശരിയാകണമെന്ന് വ്യക്തം. അതേ സമയം p ശരിയും q തെററുമാണെങ്കിൽ p => q എന്ന സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവന തെററായിരിക്കുമെന്ന് തീർച്ച.

p, q എന്നീ രണ്ട് മൗലിക പ്രസ്താവനകളടങ്ങിയിട്ടുള്ളതിനാൽ p => q എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ മൂല്യപ്പട്ടികയിൽ 4 വരികൾ ഉണ്ടാവണം. മേൽപ്പറഞ്ഞ യുക്തി ഉപയോഗിച്ചാൽ ഈ നാലുവരികളിൽ രണ്ടെണ്ണം ഉടനെ പൂരിപ്പിക്കാം. ചിത്രം നോക്കുക. ഇനി രണ്ടു വരികൾ ശേഷിക്കുന്നു. ഈ

p	q	p => q
1	1	1
1	0	0
0		
0		

രണ്ടിലും p തെററാണ്. അങ്ങനെ p തെററായിവരുന്ന അവസരങ്ങളിൽ (അതായത് അവസാനത്തെ രണ്ടു വരികളിൽ) എന്താണ് ചെയ്യേണ്ടതെന്ന സംശയമുദിക്കുന്നു. ഈ അവസാനത്തെ രണ്ടു വരികളും പൂരിപ്പിക്കാതിരിക്കാമെന്ന് പ്രഥമ ദൃഷ്ട്യാ നമുക്ക് തോന്നാം. പക്ഷേ, അങ്ങനെ ചെയ്താൽ p => q എന്ന സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനക്ക് ഏതവസ്ഥയിലും യാഥാർഥ്യ മൂല്യം കിട്ടണമെന്ന ആദ്യത്തെ നിബന്ധനക്ക് നിരക്കാത്ത ഒരു സ്ഥിതിവിശേഷം സംജാതമാകും. അതു പററില്ല. അപ്പോാം മേൽക്കൊടുത്ത മൂല്യപ്പട്ടികയിൽ അവസാനത്തെ രണ്ടു വരികളും പൂരിപ്പിച്ചേ മതിയാകൂ.

അതിന് ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞന്മാർ ഒരു തീരുമാനമെടുത്തിരിക്കുകയാണ്. p തെററാണെങ്കിലും q ശരിയായാൽ p => q ശരിയാണെന്ന്. ഈ തീരുമാനംകൊണ്ടു നാം ആദ്യം പറഞ്ഞ p ശരിയെങ്കിൽ q ശരിയായാൽ p => q ശരിയാണെന്നും p ശരിയും q തെററുമാണെങ്കിൽ p => q തെററാണെന്നുമുള്ള സാധാരണ യുക്തിക്ക് യാതൊരു ഭംഗവും വരുന്നില്ല. ഈ ഉറച്ച തീരുമാനമെടുത്താൽ => എന്ന സംയോജക ചിഹ്നമുപയോഗിച്ചുണ്ടാക്കുന്ന സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനയുടെ മൂല്യരൂപം താഴെ പറയും പ്രകാരം പൂർത്തിയാക്കാം. ഓർമ്മിക്കുക. => സംയോജക ചിഹ്നമുപയോഗിച്ച് രണ്ടു പ്രസ്താവനകളെ ചേർക്കുമ്പോാം ഇനി കൊടുക്കുന്ന വിധത്തിൽ മാത്രമേ മൂല്യപ്പട്ടിക വരുകവാൻ പാടുള്ളൂ.

=> എന്നതിൻെറ മൂല്യപ്പട്ടിക

p	q	p => q
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

ഇനി താഴെകൊടുക്കുന്ന പട്ടിക നോക്കുക.

p	q	~p q	p => q	(~p) V q
1	2	3	4	5
1	1	0	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

നാലാമത്തേയും അഞ്ചാമത്തേയും കോളങ്ങൾ ഒരു പോലെ ആണ്. അതിനാൽ p => q എന്നതും (~p) V q എന്നതും യുക്തിപരമായി തുല്യമാണ്.

=> എന്ന സംയോജക ചിഹ്നത്തിന്റെ ചില പ്രത്യേകതകൾ:

ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ ഒന്നിലധികം പ്രസ്താവനകളെ എങ്കിൽ എന്ന പദംകൊണ്ട് ചേർത്ത് നാം സംസാരിക്കാറുണ്ട്. പക്ഷേ, അങ്ങനെ ചെയ്യുന്നത് ഈ പ്രസ്താവനകൾ ഏതെങ്കിലും തരത്തിൽ ബന്ധപ്പെട്ട് കിടക്കുമ്പോഴാണ്. ഉദാഹരണത്തിന് "മഴ ഉണ്ടെങ്കിൽ ഞാൻ കുടയെടുക്കും" എന്ന പറയാറുണ്ട്. എന്നാൽ "വാഴക്ക് പൊക്കം കുറവാണ് എങ്കിൽ മുളകിന് എരിവ് കുറവായിരിക്കും" എന്ന മാതിരിയുള്ള സമ്മിശ്രപ്രസ്താവനകൾ നമ്മുടെ സംസാരത്തിൽ സാധാരണ വരാറില്ല. അത് ഈ സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനയിലടങ്ങിയിട്ടുള്ള രണ്ടു മൗലികപ്രസ്താവനകളും തമ്മിൽ യാതൊരു ബന്ധവുമില്ലെന്ന് ഉപബോധമനസ്സിലെങ്കിലും നാം അറിയുന്നതുകൊണ്ടാണ്. പക്ഷേ, അങ്ങനെ ആലോചിക്കുമ്പോൾ ഒരു കുഴപ്പമുണ്ട്. ഒരാളുടെ അഭിപ്രായത്തിൽ

ബന്ധമില്ലാത്തവയായി തോന്നുന്ന പ്രസ്താവനകൾ മറെറാരാളുടെ ദൃഷ്ടിയിൽ ബന്ധപ്പെട്ടു കിടക്കുന്നവയായിരിക്കാൻ വഴിയുണ്ട്. അതായത്, അന്യോന്യം ബന്ധപ്പെട്ട് കിടക്കുന്ന പ്രസ്താവന എന്നു നാം പറയുമ്പോൾ അത് സാർവത്രികമായി അംഗീകരിക്കപ്പെടണമെന്നില്ല. അതിനാൽ നാം പടുത്തുകൊണ്ടുവരുന്ന പ്രസ്താവനകളുടെ ബീജഗണിതത്തിൽ, രണ്ടു പ്രസ്താവനകൾ സംയോജക ചിഹ്നം കൊണ്ടു കൂട്ടിച്ചേർക്കുന്നതിന് ആ പ്രസ്താവനകൾ തമ്മിൽ ബന്ധമുണ്ടോ എന്നു നോക്കേണ്ടതില്ല എന്നു തന്നെ പറയാം. ഈ നിരുപാധികത പലപ്പോഴും അപഹാസ്യങ്ങളായ ഫലങ്ങളുളവാക്കിയേക്കാം. => എന്ന സംയോജക ചിഹ്നം ഉപയോഗിച്ചു സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനകളുണ്ടാക്കുമ്പോൾ ഈ സംഗതി വളരെ അധികം തെളിഞ്ഞുകാണാം. ഉദാഹരണത്തിന് നമുക്ക് താഴെ കൊടുക്കുന്ന രണ്ടു പ്രസ്താവനകളെടുക്കുക.

(1) 25 എന്ന സംഖ്യയെ 5 കൊണ്ട് ശിഷ്ടം കൂടാതെ ഹരിക്കാം: p

(2) ഇന്നു മഴ പെയ്യും: q

p => q യാഥാർഥ്യപ്പട്ടിക നേരത്തെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളത് ഒന്നുകൂടി നോക്കാം.

	p	q	p => q
(1)	1	1	1
(2)	1	0	0
(3)	0	1	1
(4)	0	0	1

(1), (3), (4) എന്നീ വരികളിൽ p => q ശരിയാണെന്നാണ് മൂല്യപ്പട്ടിക കാണിക്കുന്നത്.

പ്രസ്താവനകളെ => എന്ന സംയോജക ചിഹ്നമുപയോഗിച്ച് യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ മൂല്യപ്പട്ടിക വെണ

മെന്നും, അതിനു തികഞ്ഞ നിശ്ചിതത്വമുണ്ടായിരിക്കണ മെന്നും പൂർണമായി ബോധ്യപ്പെട്ടാൽ മൂല്യപ്പട്ടിക അംഗീ കരിക്കാൻ വിഷമമുണ്ടാവുകയില്ല. ഈ പട്ടിക => എന്ന സംയോജക ചിഹ്നംകൊണ്ട് ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പ്രസ്താ വനകളെ നാം കൂട്ടിച്ചേർക്കുമ്പോൾ ഉപയോഗിച്ചേ മതിയാകൂ.

മേൽക്കാണിച്ച അപഹാസ്യത നമുക്ക് വളരെ സുഗമമായി ദൂരീകരിക്കുവാൻ സാധിക്കും. പ്രസ്താവനകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമാണ് ഇവിടെ കാതലായ പ്രശ്നം. ബന്ധങ്ങൾ വ്യക്തിനിഷ്ഠമാണ്, സാർവത്രികമാകണമെന്നില്ല എന്നാണ് നാം പറഞ്ഞുവച്ചത്. അതിനാലാണ് => എന്നതിന് മേൽ വിവരിച്ച യാഥാർഥ്യ പട്ടിക അംഗീകരിച്ചത്. ചില ബന്ധങ്ങൾ സാർവത്രികമായി അംഗീകരിക്കപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടാവും. അങ്ങനെയുള്ള ബന്ധങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന പ്രസ്താവനകളെ ബന്ധപ്പെട്ട പ്രസ്താവനകൾ എന്നു പേർ കൊടുത്ത് അവയെ ഒന്നു പരിശോധിക്കാം.

ഒരു പ്രസ്താവന മറ്റൊന്നിനെ അനുവർത്തിക്കുക, അതായത് സൂചിപ്പിക്കുക, എന്ന സ്ഥിതി വിശേഷം വളരെ രസകരമാണ്. ഉദാഹരണത്തിന് പുകയുള്ള ദിക്കിലെല്ലാം തീയുണ്ടാകുമെന്ന് തീർച്ചയാണ്.

p: പുകയുണ്ട്
q: തീയുണ്ട്

ഇവിടെ പുകയുണ്ടെങ്കിൽ തീയുണ്ട് എന്ന് രണ്ട് പ്രസ്താ വനകളെ ചേർത്തിരിക്കുന്നു. ഇവിടെ നാം ബോധപൂർവം => ചിഹ്നമിട്ടു ചേർത്താലും ഇല്ലെങ്കിലും പുകയുണ്ട്, തീയുണ്ട് എന്ന പ്രസ്താവനകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം നില നില്ക്കും. പുകയുണ്ടെങ്കിൽ തീയുണ്ടാകും. പുകയുണ്ട് എന്ന പ്രസ്താവന ചെയ്താൽ അതിനെ അനുവർത്തിച്ചുകൊണ്ട് തീയുണ്ട് എന്ന പ്രസ്താവന ഇരിക്കുന്നു. നാം മുമ്പ്പറഞ്ഞ എങ്കിൽ => എന്ന സംയോജക ചിഹ്നംകൊണ്ട് ചേർക്കുന്നതു പോലെയല്ല ഇവിടുത്തെ അവസ്ഥ. => എന്ന സംയോജക ചിഹ്നംകൊണ്ട് നാം ഏതെങ്കിലും രണ്ടു പ്രസ്താവനകളെ ചേർക്കുന്നതും രണ്ടു പ്രസ്താവനകൾ തമ്മിൽ അനുവർത്തിത്വം ഉണ്ടാക്കുന്നതും രണ്ടും രണ്ടാണ്. എന്നാൽ ഒരു കാര്യം ഓർക്കണം. അനുവർത്തിത്വമുള്ളിടത്തും രണ്ടു പ്രസ്താ വനകൾ ചേർന്നു സമ്മിശ്രപ്രസ്താവന സംജാതമാവുകയാണ്.

അതിനാൽ ആ സമ്മിശ്രപ്രസ്താവനക്കും ഒരു മൂല്യപ്പട്ടിക വേണം. അതിന്നനുസരിച്ച് മൂല്യപ്പട്ടിക എഴുതുകയും ചെയ്യാം.

p എന്ന പ്രസ്താവന q എന്ന പ്രസ്താവനയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്നോ p യിൽ നിന്നും യുക്തിക്കനുസരിച്ച് q വിനെ ഊഹിച്ചെടുക്കാമെന്നോ വരുമ്പോഴാണ് q എന്നത് p യെ അനുവർത്തിക്കുന്നു എന്നു പറയുന്നത്.

ഉദാഹരണത്തിന് ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിലെ ഓരോ പ്രമേയത്തിൻെറയും പരികല്പനയുടെ അനുവർത്തിയാണ് അനുമാനം.

നോക്കുക:

p: രണ്ടു നേർവരകൾ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.
q: എതിർകോണുകൾ തുല്യങ്ങളാണ്.

രണ്ടു നേർവരകൾ ഖണ്ഡിക്കുന്നു എന്നതിൻെറ അനുവർത്തിയാണ് എതിർകോണുകൾ തുല്യങ്ങളാണ് എന്നത്.

ഇനിയൊന്നുകൂടി എടുക്കാം.
p: രണ്ടു ധനസംഖ്യകൾ ഗുണിക്കുന്നു.
q: ഉത്തരം ധനമാണ്.
p അനുവർത്തി q എന്നെഴുതാം.

അനുവർത്തിത്വത്തിനെക്കുറിച്ച് ഏതാണ്ടൊരു ധാരണയുണ്ടാകാൻ ഈ ഉദാഹരണങ്ങൾ മതിയാകുമല്ലോ.

ഇനി നമുക്ക് അനുവർത്തിത്വമുള്ള രണ്ടു പ്രസ്താവനകളെടുക്കുക. ഇവയ്ക്കു രണ്ടിനും വരാവുന്ന എല്ലാ തരത്തിലുള്ള യാഥാർത്ഥ്യ മൂല്യങ്ങളും അണിനിരത്തുക.

എന്നാൽ p അനുവർത്തി q എന്നതു ശരിയാകുവാൻ, p ശരിയായിരിക്കുമ്പോഴെല്ലാം q ശരിയായി വരണം. അതായത് മൂല്യപ്പട്ടികയിൽ p ശരിയായി വരുന്ന വരികളിലെല്ലാം q ശരിയായി വരണമെന്നർത്ഥം.

ഈ കാര്യം വ്യക്തമാക്കാൻ p, q എന്നീ രണ്ടു മൗലിക പ്രസ്താവനകളും അവകൊണ്ടുണ്ടാക്കാവുന്ന ചില സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനകളും എടുത്തു മൂല്യപ്പട്ടിക വരച്ചു പരിശോധിക്കാം.

p	q	p <=> q	p => q	pVq
0	0	1	1	0
1	0	0	0	1
0	1	0	1	1
	1	1	1	1

p <=> എന്ന പ്രസ്താവനയെ പരികല്പന ആയെടുക്കുക.

ഇതു ശരിയായി വരുന്നത് ആദ്യത്തേയും നാലാമത്തേയും വരികളിലാണ്.

അപ്പോഴെല്ലാം p => q എന്നതു ശരിയാണു താനും.

അതിനാൽ p <=> q എന്നതിന്റെ അനുവർത്തിയായാണ് p => q എന്ന് വ്യക്തം.

നേരെ മറിച്ച്, ഒന്നാമത്തെ വരിയിൽ p <=> q എന്ന പ്രസ്താവന ശരിയാണ്, എന്നാൽ pvq ശരിയല്ല താനും.

അപ്പോൾ p <=> q എന്ന പ്രസ്താവനയെ pVq എന്ന പ്രസ്താവന അനുവർത്തിക്കുന്നില്ല.

p ശരിയാകുമ്പോഴെല്ലാം pVq ശരിയാണ്. അതിനാൽ p യുടെ അനുവർത്തിയാണ് pVq. ഇതുപോലെ തന്നെ q യുടെ അനുവർത്തിയാണ് pVq.

അനുവർത്തിത്വത്തിനുദാഹരണം കൊടുത്തവയിൽ നിന്നും ഒരു കാര്യം വ്യക്തമാണ്.

''അനുവർത്തിത്വമെന്നത് രണ്ടു പ്രസ്താവനകൾ തമ്മിൽ അനുഭവംകൊണ്ടും പ്രായോഗിക ബുദ്ധികൊണ്ടും നമുക്ക് തോന്നുന്ന ഒരു ബന്ധമാണ്''.

എന്നാൽ => എന്ന സംയോജക ചിഹ്നം രണ്ടു പ്രസ്താവനകളെ ചേർക്കുന്നതു തികച്ചും വ്യത്യസ്തമായാണ്.

അനുവർത്തിത്വവും, => എന്ന സംയോജകം കൊണ്ട് രണ്ടു പ്രസ്താവനകളെ ചേർക്കുന്നതും ഒന്നല്ല. രണ്ടും തമ്മിൽ മാറി ധരിക്കരുത്.

പക്ഷേ, അനുവർത്തിത്വവും, => എന്ന സംയോജകവും തമ്മിൽ അഭേദ്യമായ ഒരു തരം ചാർച്ചയുണ്ട്. അതു താഴെ പറയുന്നതാണ്.

p => q എന്ന സംയോജകം ശരിയാണെങ്കിൽ മാത്രമേ, p അനുവർത്തി q എന്നതു ശരിയാവുകയുള്ളൂ.

നോക്കുക:

p അനുവർത്തി q എന്നതു ശരിയാവാൻ, p ശരിയാകുമ്പോഴെല്ലാം q ശരിയാകണം.

അതായത് p ശരിയാവുകയും, q തെററാവുകയും അരുത്.

അതായത്,

p=>q എന്നത് തെററാകരുത്.

അതായത് p=>q എന്നത് ശരിയാകണം.

ഈ ഒടുവിൽ പറഞ്ഞതിൽനിന്ന് ഒരു കാര്യം വ്യക്തമാകുന്നു.

"p അനുവർത്തി q എന്ന പ്രശ്നം വരുമ്പോരം, p=>q എന്നതിന്റെ മൂല്യപ്പട്ടിക വരച്ചാൽ മതി."

ഒരിടത്തു പുകയുണ്ടെങ്കിൽ അവിടെ തീയുണ്ടെന്നനുഭവം. ഈ അനുഭവം വച്ചുകൊണ്ട് ഒരിടത്തു നിന്നും പുകപൊങ്ങുന്നതു കണ്ടാൽ അവിടെ തീയുണ്ടെന്ന് നമുക്കനുമാനിക്കാം. ഈ അനുമാനപ്രക്രിയയിൽ അനുവർത്തിത്വത്തിനാണ് പ്രാധാന്യം. എന്നാലും അതിനുപകരം => എന്ന സംയോജകത്തിന്റെ മൂല്യപ്പട്ടിക വരച്ചാൽ മതി.

രണ്ടു പ്രസ്താവനകളുടെ അനുവർത്തിത്വത്തിന് അനുഭവം കൊണ്ടോ, പ്രായോഗിക ബുദ്ധികൊണ്ടോ ബന്ധം കാണണം. => എന്ന സംയോജക ചിഹ്നത്തിന് ഇത്തരം ബന്ധം വേണമെന്നില്ല. ബന്ധം ഉണ്ടോ ഇല്ലയോ എന്നൊന്നും ആലോചിക്കാതെ തന്നെ യാന്ത്രികമായി മൂല്യപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കാം. അങ്ങനെ => എന്ന സംയോജക ചിഹ്നത്തിന്റെ മൂല്യപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കി അതിൽ => ശരിയായി വരുന്ന വരികരം കണക്കിലെടുത്താൽ ആ വരികളിൽ അനുവർ

ത്തിത്വത്തിന് യാതൊരു ഭംഗവും വരികയില്ല. അപ്പോൾ അനുവർത്തിത്വത്തിന് ഭംഗം വരാതെ തന്നെ => എന്ന സംയോജക ചിഹ്നത്തിന്റെ മൂല്യപ്പട്ടിക ഉപയോഗ പ്പെടുത്താം. ഈ പുസ്തകത്തിൽ ഇനി ഉപപാദിക്കാനിരി ക്കുന്ന പല സ്ഥലത്തും നാം ഈ യാഥാർഥ്യപ്പട്ടികയാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. അതിന്റെ സൗകര്യം ആദ്യം പറഞ്ഞതു പോലെ അത് യാന്ത്രികമായി തയ്യാറാക്കാമെന്നതാണ്.

അന്വയവ്യതിരേകങ്ങൾ

ധൂമമുള്ളിടത്തെല്ലാം വഹ്നിയുണ്ട് എന്ന അനുവർ ത്തിത്വം ഉപയോഗിച്ച് ധൂമത്തിൽ നിന്നും വഹ്നിയെ അനുമാനിക്കുന്ന രീതിയാണ് അന്വയം. വഹ്നിയില്ല, അതു കൊണ്ട് ധൂമമില്ല എന്ന് സാധിക്കുന്നത് വ്യതിരേകം. അനുമാനത്തിൽ അന്വയം സാധിക്കാത്തിടത്ത് വ്യതിരേകം ഉപയോഗിക്കാം. ഇവ രണ്ടും തർക്കപരമായി തുല്യങ്ങളും ആണ്. അനുവർത്തിത്വത്തിന് p => q എന്നതിന്റെ മൂല്യ പ്പട്ടിക എടുത്താൽ മതി എന്നു കണ്ടുവല്ലോ. ഇതനുസരിച്ച് p, q എന്നീ രണ്ട് പ്രസ്താവനകൾ കൊണ്ട് അന്വയ–വ്യതി രേകങ്ങളുടെ രണ്ട് മൂല്യപ്പട്ടിക വരച്ചു നോക്കുക:

1	2	3	4	5	6
p	q	–p	– q	p=>q	–q=> –p
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

അഞ്ചാമത്തെയും ആറാമത്തെയും കോളങ്ങൾ രണ്ടും ഒരു പോലെയാണ്. അതിനാൽ ഇവ രണ്ടും തർക്കപരമായി തുല്യങ്ങളാണ്. അനുമാനത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം അന്വയമോ വ്യതിരേകമോ ഇതിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്ന് സാധിച്ചാൽ മതി.

ഗണങ്ങളും സമ്മിശ്രപ്രസ്താവനകളും

ഗണങ്ങളും പ്രസ്താവനകളും അവയുടെ ബീജഗണിത ങ്ങളും തമ്മിൽ എന്തോ സാമ്യമുണ്ടെന്ന് ഇതിനകം ബോധ്യ പ്പെട്ടിരിക്കും. ഇപ്പോൾ ഈ കാര്യത്തെക്കുറിച്ച് പരിശോധിക്കാം.

നമ്മുടെ പരിഗണനയിൽ ഒന്നിലധികം പ്രസ്താവനകളുണ്ടെന്നിരിക്കട്ടെ. സ്വാഭാവികമായും ഈ പ്രസ്താവനകളോരോന്നിനോടും ഒരു ഗണത്തെ ഘടിപ്പിക്കുവാൻ കഴിയും. നമ്മുടെ പരിഗണനയിലുള്ള പ്രസ്താവനകളുടെ യാഥാർഥ്യ മൂല്യങ്ങൾ ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ വരാമെന്ന് നോക്കുക. ഈ സാധ്യതകളുടെ ഗണത്തെ കണക്കിലെടുത്ത് അതിനെ സമസ്തഗണം ആക്കുക. ഇനി മേൽപ്പറഞ്ഞ സാധ്യതകളിലേതിലെല്ലാം ഒരു പ്രത്യേക പ്രസ്താവന ശരിയായി വരുന്നുവോ അവയെല്ലാം ചേർന്ന ഉപഗണത്തെ ഈ പ്രസ്താവനയുമായി ഘടിപ്പിക്കുക. ഈ ഉപഗണത്തിന് പ്രസ്തുത പ്രസ്താവനയുടെ മൂല്യഗണം എന്നു പേർ.

ഒരു ഉദാഹരണമെടുക്കാം :

p, q, r എന്നീ മൂന്നു പ്രസ്താവനകളാണ് നമ്മുടെ പരിഗണനക്ക് വിധേയമാകുന്നതെന്നിരിക്കട്ടെ. അവയുടെ യാഥാർഥ്യ മൂല്യങ്ങൾ ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ വരുവാൻ സാധ്യതയുണ്ടോ അവയെല്ലാം താഴെ പട്ടികയിൽ ചേർത്ത് അവയ്ക്കെല്ലാം ഒരോ പേരു നൽകാം.

	p	q	r	പേർ	pVq	p∧q	p=>q
1	0	0	0	a	0	0	1
2	1	0	0	b	1	0	0
3	0	1	0	c	1	0	1
4	0	0	1	d	0	0	1
5	1	1	0	e	1	1	1
6	1	0	1	f	1	0	0
7	0	1	1	g	1	0	1
8	1	1	1	h	1	1	1

സമസ്തഗണം ω = (a, b, c, d, e, f, g, h)

P എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ യാഥാർഥ്യഗണം

p = (b, e, f, h) ⊂ ω

q എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ യാഥാർഥ്യഗണം

Q = (c, e, g, h) ⊂ ω

r എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ യാഥാർഥ്യഗണം

R = (d, f, g, h) ⊂ ω

pVq എന്ന സമ്മിശ്രപ്രസ്താവനയുടെ യാഥാർഥ്യ ഗണം = (b, c, e, f, g, h)

= PUQ എന്ന് ഗണങ്ങളുടെ സംയോഗ നിയമത്തിൽ നിന്നു കിട്ടുന്നു.

p∧q എന്ന സമ്മിശ്രപ്രസ്താവനയുടെ യാഥാർഥ്യ ഗണം = (e, h) = P∩Q എന്ന് ഗണങ്ങളുടെ സന്ധിനിയമ മനുസരിച്ച് ലഭിക്കുന്നു.

ഇപ്പോഴം നാം കാണുന്നത് പ്രസ്താവനകളെ 'അഥവാ' എന്ന സംയോജക ചിഹ്നമുപയോഗിച്ച് ചേർക്കുന്നതും ഈ പ്രസ്താവനകളുടെ യാഥാർഥ്യ ഗണങ്ങളുടെ സംയോഗം കാണുന്നതും തമ്മിലുള്ള സാമ്യമാണ്. അതുപോലെ പ്രസ്താവനകളെ 'ഉം' എന്നു ചേർക്കുന്നതും, ഈ പ്രസ്താവനകളുടെ യാഥാർഥ്യ ഗണങ്ങളുടെ സംഗമം കാണുന്നതും തമ്മിലുള്ള സാമ്യവും ബോധ്യപ്പെടുന്നു.

ഇനി നമുക്ക് p അനുവർത്തി q എന്ന സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനയുടെ കാര്യം നോക്കാം.

അതിന് p => q എന്ന സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവന എടുത്താൽ മതിയെന്ന് നാം നേരത്തെ പറഞ്ഞതാണ്.

p => q എന്ന സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവന ശരിയായി വരുന്ന സാധ്യതകളെ മാത്രം കണക്കിലെടുത്ത് അതിനെ സമസ്ത ഗണം 'ω' ആയി കണക്കാക്കുക.

'ω' = (a, c, d, e, g, h)
ഇതിൽ p ശരിയാകുന്നത് P
P = (e, h)
ഇതിൽ q ശരിയാകുന്നത് Q
Q = (c, e, g, h)
P ⊂ Q എന്നതു വ്യക്തം

അപ്പോൾ $p \Rightarrow q$ എന്ന സമ്മിശ്ര പ്രസ്താവനക്ക തുല്യ മായി $P \subset Q$ എന്നു വരുന്നു.

അതായത് p അനുവർത്തി q
എന്നതിനു $p \Rightarrow q$ എന്നെടുക്കാം.
അതിന് $P \subset Q$ എന്നു കിട്ടും.

p എന്ന പ്രസ്താവനയെ q അനുവർത്തിക്കുമ്പോൾ p എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ യാഥാർഥ്യ ഗണമായ P, q എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ യാഥാർഥ്യ ഗണമായ 'Q' വിൻെറ ഉപ ഗണമായിരിക്കും.

ഒരു പ്രസ്താവനയെ മറെറാരു പ്രസ്താവന അനുവർത്തിക്കുക എന്നു വച്ചാൽ ആദ്യത്തെ പ്രസ്താവനയുടെ യാഥാർഥ്യ ഗണം രണ്ടാമത്തേതിൻെറ യാഥാർഥ്യഗണത്തിൻെറ ഉപഗണമാണെന്ന് വന്നുകൂടുന്നു. p എന്ന പ്രസ്താവനയെ q എന്ന പ്രസ്താവന അനുവർത്തിക്കുന്നുവെങ്കിൽ p എന്നതു ശരിയായാൽ q എന്നത് ശരിയാണെന്ന് അനുമാനിക്കാം.

p യുടെ യാഥാർഥ്യ ഗണമായ P
q വിൻെറ യാഥാർഥ്യ ഗണമായ Q

$$P \subset Q$$

അതായത് P എന്നത് വ്യാപ്യം, Q എന്നത് വ്യാപകം.

ഈ ഗണങ്ങളുടെ വ്യാപ്യവ്യാപകത്തിൽ നിന്നും p ശരിയെന്നത് വ്യാപ്യം, q ശരിയെന്നത് വ്യാപകം.

ന്യായശാസ്ത്രത്തിൽ പ്രസ്തുത അനുമാനത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം p ശരിയെന്നത് ഹേതു, q ശരിയെന്നത് സാധ്യം എന്നു പറയുന്നു.

അതായത് ശരിയായ അനുമിതിയിൽ ഹേതു സാധ്യത്തിൻെറ വ്യാപ്യമാകണം.

ഹേതുവും സാധ്യവും തമ്മിൽ വ്യാപ്യവ്യാപക ഭാവമുണ്ടായിരിക്കണം എന്നു ന്യായശാസ്ത്രം സിദ്ധാന്തിക്കുന്നു.

അനുമാനത്തിൻെറ പഠനം നടത്തുമ്പോൾ ഈ പറഞ്ഞത് ഇനിയും വിസ്തരിച്ചു പ്രതിപാദിക്കുന്നതാണ്.

ഹേതുവും സാധ്യവും തമ്മിലുള്ള വ്യാപ്യവ്യാപക ഭാവം കൊണ്ട് നാം എത്തിച്ചേർന്ന ഒരു അനുമിതി ശരിയോ തെറേറാ

എന്നു നോക്കുവാൻ ഗണങ്ങളുടേയും ഉപഗണങ്ങളുടേയും ബീജഗണിതം ഉപയോഗപ്പെടുത്താം. പ്രകൃതത്തിൽ തന്നിട്ടുള്ള സംഗതികൾക്ക് ഊനം തട്ടാത്തവിധത്തിൽ വെൻചിത്രം വരയ്ക്കണം. ആ ചിത്രം നോക്കിയാൽ അനുമിതി ശരിയാണോ എന്നറിയാൻ എളുപ്പമാണ്. ഗണങ്ങളെ ഉപയോഗിച്ച് അനുമിതിയെ പരിശോധിച്ച് നോക്കുമ്പോൾ ഒന്നിലധികം സംഗതികൾ തന്നിരുന്നാലും വിരോധമില്ല. പ്രകൃതത്തിൽ തന്നിട്ടുള്ള എല്ലാ സംഗതികളുടെയും വ്യാപ്യ വ്യാപക ഭാവം പരിശോധിച്ചിട്ടുവേണം അനുമിതിയെ പരിശോധിക്കാൻ.

ഗണങ്ങളെ നിർവചിക്കുന്നത്–

അവച്ഛേദക ധർമം

മനുഷ്യനെ മൃഗങ്ങളിൽ നിന്നു വേർതിരിക്കുന്നതിൽ ഒരു പ്രധാന സംഗതി മനുഷ്യബുദ്ധിക്ക് അമൂർത്തവൽക്കരണത്തിന് വേണ്ട ശക്തിയുണ്ടെന്നുള്ളതാണ്. ഈ ശക്തി– അതായത് നാം കാണുന്നതും നമുക്കനുഭവപ്പെടുന്നതുമായ കാര്യങ്ങളിൽ അന്തർലീനമായി കിടക്കുന്ന സാരാംശത്തെ ഗ്രഹിക്കാനുള്ള കഴിവ് അതിപ്രധാനമാണ്. ഒരു വസ്തുവിനെക്കണ്ട് അത്തരത്തിലുള്ള എല്ലാ വസ്തുക്കളിലും പൊതുവായി അന്തർഭവിച്ചു കിടക്കുന്ന സവിശേഷ ലക്ഷണം ചികഞ്ഞെടുക്കുക.

ഈ അമൂർത്തവൽക്കരണത്തിന് പല മാനങ്ങൾ ഉണ്ട്. ഒരു പ്രത്യേക ഗോവിനെ മാത്രം പരിശോധിക്കുമ്പോൾ അമൂർത്തവൽക്കരണം നടക്കുന്നില്ല. എന്നാൽ ഗോത്വം, അതായത് യാതൊന്നാണോ ഒരു ഗോവിനെ ഗോവാക്കുന്നത് അത് എടുത്താൽ നാം വളരെയധികം വസ്തുക്കളെ (ഗോക്കളെ മുഴുവൻ) പഠിക്കുകയാണ്. ഇങ്ങനെ ഗോത്വത്തെ ഒട്ടാകെ സങ്കല്പിച്ച് അതിനുള്ള പ്രത്യേക ഗുണങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കി അതിൽനിന്ന് ശരിയായി എന്തെങ്കിലും അനുമാനിച്ചാൽ ഈ അനുമാനം എല്ലാ ഗോക്കൾക്കും ബാധകമായിരിക്കും. അതല്ലാതെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ഗോവിനെ മാത്രം നോക്കിയാൽ അതിൻെറ കാര്യത്തിൽ കൂടുതൽ അറിവ് കിട്ടുമെങ്കിലും എല്ലാ ഗോക്കൾക്കും ആ അറിവ് ബാധകമാകണമെന്നില്ല. പക്ഷേ, ഗോത്വത്തെ പഠിച്ച് കിട്ടുന്ന അറിവ് കൂടുതൽ ദിക്കിൽ ഉപകരിക്കും.

ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ നിന്ന് ഒരു ഉദാഹരണം പറയാം. രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ തുകയുടെ വർഗം കണ്ടുപിടിക്കണമെന്ന് വിചാരിക്കുക. ഈ സംഖ്യകൾക്കെല്ലാം ബാധകമാക്കാവുന്ന ഒരു വ്യവസ്ഥ (നിയമം) ഉണ്ടാക്കിയിട്ടുണ്ട്; $(a+b)^2$'. ഇതിൽ a, b എന്നിവ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു സംഖ്യകളാകാം. ഏതു് സംഖ്യകൾക്കും അതുപകരിക്കും. ഈ അമൂർത്തവൽക്കരണം എന്ന പ്രക്രിയ ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന്റെ എന്നല്ല എല്ലാ ശാസ്ത്രങ്ങളുടെയും കാതലാണ്.

ന്യായശാസ്ത്രത്തിൽ ഈ അമൂർത്തവൽക്കരണം എന്ന പ്രക്രിയ വളരെ സമർത്ഥമായി സാധിച്ചിരിക്കുന്നു. ഏതെങ്കിലും ഒരു ഗണത്തെ അല്ലെങ്കിൽ സമൂഹത്തെക്കുറിച്ചു പഠിക്കുമ്പോൾ ആ ഗണത്തിലുള്ള ഓരോ അംഗങ്ങളെയും വേറെ വേറെ എടുത്ത് ഒരിടത്തും എത്താതെ കഷ്ടപ്പെടുന്നതിലും എളുപ്പമായി ആ ഗണത്തിലെ അംഗങ്ങൾക്കെല്ലാം പൊതുവായ ഏതെങ്കിലും ധർമമെടുത്ത് ആ ധർമമുള്ളവയെ ഒട്ടാകെ പഠിക്കുക. ഒരു ഗണത്തിലെ അംഗങ്ങൾക്ക് പൊതുവായി പല ധർമങ്ങളും ഉണ്ടായെന്നു വരാം.

ഗോ സമൂഹത്തിന്റെ അവച്ഛേദക ധർമമാണ് ഗോത്വം. ഈ ധർമം ആ ഗണത്തിലെ എല്ലാ അംഗങ്ങൾക്കുമുണ്ട്. അഥവാ പ്രസ്തുത ഗണത്തിലെ അംഗങ്ങളെല്ലാം ഈ അവച്ഛേദക ധർമംകൊണ്ട് വിശേഷിപ്പിക്കപ്പെട്ടവയാണ്. പലപ്പോഴും ഒരു ഗണത്തിന്റെ അവച്ഛേദകധർമം എന്തെന്ന് പര്യാലോചിക്കുന്നത് വളരെ സൗകര്യപ്രദമായിരിക്കും. മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ ഒരു ഗണത്തെ നിർവചിക്കുന്നത് ആ ഗണത്തിന്റെ അവച്ഛേദകമാണ്. ഈ അവച്ഛേദകത്താൽ അവച്ഛിന്നമാണ് ആ ഗണം.

അനുമാനത്തെക്കുറിച്ചും ജ്ഞാനത്തെക്കുറിച്ചും യുക്തിയുക്തമായി വളരെ നിഷ്കർഷയോടു കൂടി വിചിന്തനം ചെയ്യുന്ന അവസരങ്ങളിൽ അവച്ഛേദക ധർമമെന്തെന്ന് പരിശോധിക്കുക ന്യായശാസ്ത്രത്തിലെ ഒരു സാധാരണ പതിവാണ്. ഒരു ഗണത്തെ മറ്റൊരു ഗണത്തിൽ നിന്നും വേർതിരിക്കുന്നത് അവയുടെ അവച്ഛേദകങ്ങളാണെന്ന് പറയാം. വ്യക്തികളിൽ നിന്ന് വിട്ടു സാമാന്യത്തിലേക്കുള്ള സംക്രമണത്തിന് ഈ അവച്ഛേദക ധർമത്തിന്റെ അറിവ് അത്യന്തം സഹായകമായിരിക്കും.

നോക്കുക :

ഗോക്കളുടെ ഗണത്തെക്കുറിച്ച് വ്യവഹരിക്കുകയാണ് നമ്മുടെ ലക്ഷ്യമെന്നിരിക്കട്ടെ. അപ്പോൾ ലക്ഷ്യത ഗോക്കളുടെ ഗണത്തിൽ ലക്ഷ്യതാവച്ഛേദകം ഗോത്വം. ഈ ലക്ഷ്യതാവച്ഛേദകാവച്ഛിന്നമാണ് ഗോക്കളെല്ലാം.

മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ, ഒരു ഗണത്തെ നിർവചിക്കുന്നതിനുപയോഗിക്കുന്ന നിയമം ആ ഗണത്തിലെ എല്ലാ അംഗങ്ങൾക്കും ബാധകമായ ഒരു ധർമ്മമാണ്. ആ ധർമ്മം പ്രസ്തുത ഗണത്തിന്റെ അവച്ഛേദക ധർമ്മമാണ് ഫലത്തിൽ. ഉദാഹരണത്തിന് ഇരട്ട സംഖ്യകളെല്ലാം ചേർന്ന ഗണമെടുക്കുക.

E = (x/x ഒരു ഇരട്ടസംഖ്യ)
  = (......–4, –2, 0, 2, 4,......)

ഈ ഗണത്തിലെ ഓരോ അംഗത്തിനും ഇരട്ടസംഖ്യയാവുക എന്ന ധർമ്മമുണ്ട്. ഇരട്ടസംഖ്യയാകലാണ് ഇവിടെ അവച്ഛേദക ധർമ്മം. എളുപ്പത്തിൽ പറയുകയാണെങ്കിൽ E–ത്വം ആണ് ഈ ഗണത്തിന്റെ (സാമാന്യത്തിന്റെ) അവച്ഛേദക ധർമ്മം. ഓരോ അംഗത്തിനും ഈ E–ത്വം ഉണ്ട്.

മറ്റൊരുദാഹരണം

A = (a, b, c)

ഈ ഗണത്തിലെ അവച്ഛേദക ധർമ്മം നിർവചിക്കുവാൻ എളുപ്പമായ ധർമ്മം A–ത്വമാണ്. ഈ ഗണത്തിലെ ഓരോ അംഗത്തിനും A–ത്വമുണ്ട്.

ലോകത്തിലെ എല്ലാ ഘടങ്ങളുടെയും ഗണമെടുക്കുക. ഈ ഗണത്തിന്റെ അവച്ഛേദക ധർമ്മമാണ് ഘടത്വം. ഈ ഘടത്വം പ്രസ്തുത ഗണത്തിലെ അംഗമായ ഓരോ ഘടത്തിനുമുണ്ട്.

4

ന്യായശാസ്ത്രവും നവീനഗണിതവും

ആധുനിക ശാസ്ത്രീയ രീതിയിൽ തികച്ചും യുക്തിയുക്തമായ വഴിയിലൂടെ പടുത്തുയർത്തപ്പെട്ട ഒരു പുരാതന ശാസ്ത്രമാണ് ന്യായശാസ്ത്രമെന്ന് നേരത്തെ പ്രസ്താവിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലൊ. ഇന്നത്തെ ഏററവും പ്രധാനവും ഉപയോഗപ്രദവുമായ നവീന ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ ഉപയോഗിച്ചു വരുന്ന അതേ യുക്തി രീതികൾ തന്നെയാണ് ന്യായശാസ്ത്രവും അവലംബിച്ചിരിക്കുന്നതെന്നും അപ്പോൾത്തന്നെ സൂചിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഈ സംഗതി ഒന്നു കൂടി വ്യക്തമാക്കാം. അതിന് ആധുനിക ഗണിതശാസ്ത്രം ഏതെല്ലാം ആശയങ്ങളാണ് മൗലികങ്ങളായി എടുത്തിട്ടുള്ളതെന്നും ഈ മൗലികാശയങ്ങളുപയോഗിച്ചു പിന്നീട് യുക്തിചിന്ത ചെയ്യുന്നതെങ്ങനെയെന്നും ആദ്യമായി പരിശോധിക്കാം.

ആധുനിക ഗണിതശാസ്ത്രം താഴെ കൊടുക്കുന്ന കാര്യങ്ങൾ മനുഷ്യമനസ്സിന് വിഭാവനം ചെയ്യുവാൻ കഴിവുള്ളവയാണെന്നു സമ്മതിച്ചുകൊണ്ടാണ് ആരംഭിക്കുന്നത്.

(i) വസ്തുക്കളിൽ ഒന്നിനെ മറെറാന്നിൽ നിന്ന് തിരിച്ചറിയുവാനുള്ള കഴിവ്.

(ii) കുറെ വസ്തുക്കളുടെ സമൂഹത്തിനെ ഒന്നായിക്കരുതുവാനുള്ള കഴിവ്.

(iii) ഒന്നിനോട് മറ്റൊന്നിനെ പൊരുത്തപ്പെടുത്തുവാൻ (അഥവാ സംഗതമാക്കുവാൻ) ഉള്ള കഴിവ്. (idea of correspondence)

(iv) വലുപ്പച്ചെറുപ്പങ്ങളും, ദൂരസാമീപ്യങ്ങളും, ആദ്യത്തേത്, പിന്നീട്ട വരേണ്ടത് എന്നിങ്ങനെ ക്രമപ്പെടുത്താനുള്ള കഴിവ്.

ഈ പറഞ്ഞ നാലു മൗലികങ്ങളായ മാനസിക പ്രക്രിയകൾ തന്നെ ന്യായശാസ്ത്രവും അംഗീകരിച്ചിരിക്കുന്നു.

(i) വിശേഷമെന്ന പദാർഥം.

(ii) സാമാന്യവൽക്കരണം.

(iii) നിരൂപ്യനിരൂപക ഭാവവും പ്രത്യേകിച്ച് സമവായവും

(iv) പരത്വാപരത്വങ്ങൾ, അണുത്വമഹത്വാദികൾ എന്നിവ ന്യായശാസ്ത്രത്തിലെ മൗലികങ്ങളായ ഭാവനകളാണ്.

ഇനി യുക്തിചിന്തയെ സംബന്ധിച്ച് നോക്കുക. ഏതെങ്കിലും ഒരു സംഗതിയെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ് അഥവാ ജ്ഞാനം നാലുതരത്തിലാണുണ്ടാകുന്നതെന്ന് മനഃശാസ്ത്രപരമായ സമീപനത്തിലൂടെ ന്യായശാസ്ത്രം സിദ്ധാന്തിക്കുന്നു.

(i) പ്രത്യക്ഷം (ii) അനുമിതി (iii) ഉപമിതി (iv) ശാബ്ദം ഇവയിൽപ്പെട്ട അനുമിതിയെയാണ് ആധുനിക ഗണിതശാസ്ത്രം പ്രധാനമായും ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നത്. ശരിയായ അനുമിതിയിലെത്തുവാൻ ആധുനികഗണിതശാസ്ത്രമവലംബിക്കുന്ന അതേ ടെക്നിക്കുകൾ തന്നെയാണ് ന്യായശാസ്ത്രത്തിലും സ്വീകരിച്ചിട്ടുള്ളത്. ചിലത് താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

(1) കാര്യകാരണഭാവം— cause and effect
(2) വ്യാപ്യ വ്യാപകഭാവം— ret inclusion
(3) ഹേതുവും സാധ്യവും അനുവർത്തിത്വവും— implication
(4) സമനിയതത്വം— biconditional
(5) തർക്കം (ആരോപം)— reductio ad absurdum
(6) അന്വയവ്യതിരേകങ്ങൾ— logical equivalence of implication and contrapositive.

ഈ ചെറു ഗ്രന്ഥത്തിന്റെ ആമുഖത്തിൽ പറഞ്ഞതു പോലെത്തന്നെ ന്യായശാസ്ത്രത്തിന്റെ പഠനത്തിന് അത്യന്താപേക്ഷിതങ്ങളായ ചില നിർവചനങ്ങളോടു കൂടിയാണ് അത് ആരംഭിക്കുന്നത്. പദാർഥങ്ങൾ, ഗുണങ്ങൾ, കർമങ്ങൾ എന്നിങ്ങനെ ഓരോന്നായി ചർച്ചചെയ്യുന്നു. തർക്കസംഗ്രഹമെന്ന ന്യായ ഗ്രന്ഥത്തെ അവലംബിച്ചുകൊണ്ട് നമുക്ക് മുന്നോട്ടു പോകാം.

ന്യായശാസ്ത്രത്തിലെ പദാർഥവിഭജനം

ഈ പ്രപഞ്ചത്തെക്കുറിച്ചു പഠിക്കുവാൻ തുടങ്ങുമ്പോൾ നാം പരിചയപ്പെട്ടേക്കാവുന്ന വസ്തുക്കളും ആശയങ്ങളും എന്തെല്ലാമായിരിക്കുമെന്നു പരിശോധിക്കുകയാണ് ആദ്യം ചെയ്യേണ്ടത്. അങ്ങനെ പരിശോധിച്ച് എല്ലാതരം വസ്തുക്കളുടേയും ആശയങ്ങളുടേയും വെറും ഒരു ലിസ്റ്റു മാത്രമുണ്ടാക്കിയാൽ പോരാ. പരസ്പരം കെട്ടുപിണഞ്ഞു നൂലാമാലയായി ഒരിക്കലും ശരിയായ ഒരു രൂപവും മനസ്സിലാക്കുവാൻ സാധിക്കാത്ത തരത്തിലുള്ള ഒരു ലിസ്റ്റുകൊണ്ട് യാതൊരു പ്രയോജനവുമില്ല. അവയെ സൗകര്യമായ വിധത്തിൽ വിഭജിക്കണം. അങ്ങനെ ചെയ്താൽ കുറച്ചുകൂടി തെളിഞ്ഞ ഒരു ചിത്രം നമ്മുടെ മനസ്സിൽ വരും. ഈ വിഭജനം ഏതുവിധത്തിൽ വേണമെങ്കിലും നടത്താം. എത്രതരമായിട്ടെങ്കിലും തിരിക്കാം. എങ്ങനെ വിഭജിക്കണമെന്നുള്ളത് നമ്മുടെ സൗകര്യത്തേയും അനുഭവത്തേയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. ഒരു തരത്തിലുള്ള വിഭജനം മറ്റൊന്നിനെ അപേക്ഷിച്ച് കൂടുതൽ ശ്രേഷ്ഠമാണെന്ന് കരുതുന്നത് ശരിയല്ല. ചില പ്രത്യേക സാഹചര്യങ്ങളിൽ ചില പ്രത്യേക വിഭജന സമ്പ്രദായങ്ങൾ കൂടുതൽ സൗകര്യപ്രദമായി കണ്ടു എന്ന് വരാം. അത്രമാത്രം. ഒരു പ്രത്യേക പരിതഃസ്ഥിതിയിൽ ഒരു പ്രത്യേകവിഭജന രീതി നന്നായി തോന്നുന്നു എങ്കിൽ മറ്റൊരു പരിഗണനയിൽ വേറൊരു വിഭജന രീതിയായിരിക്കും ഉചിതമായിരിക്കുക.

ഉദാഹരണത്തിന് പ്രകൃതിയിലെ വസ്തുക്കളെ 92 മൂലകങ്ങൾ ആയി രസതന്ത്രശാസ്ത്രജ്ഞന്മാർ തരം തിരിക്കുന്നു. എന്നാൽ ഇവയെ ഖരവസ്തുക്കൾ ദ്രവവസ്തുക്കൾ എന്നിങ്ങനെ രണ്ടായി മാത്രം തിരിച്ചാൽ മതിയാകുന്ന അനേകം സന്ദർഭങ്ങളുണ്ട്. നമ്മുടെ പുരാതന ആചാര്യന്മാർ ഇവയെ വെറും അഞ്ചായി തരംതിരിച്ച് അവയ്ക്ക് പഞ്ചഭൂതങ്ങൾ എന്നു പേർ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ കേവലം അഞ്ചിനങ്ങൾ

മാത്രമായി വിഭജിച്ചിരിക്കുന്നതുകൊണ്ട് ആ പഴയ ശാസ്ത്രം ശരിയല്ലെന്ന് വിചാരിക്കുന്നത് മൗഢ്യമാണ്. ഈ ചിന്ത അശാസ്ത്രീയമാണ്. എന്നാൽ മറ്റൊരു പ്രധാന സംഗതി ഓർക്കണം. തരംതിരിച്ചെടുക്കുന്ന വിവിധ വിഭാഗങ്ങളുടെ എണ്ണം കുറഞ്ഞിരുന്നാൽ അവയെ എടുത്തു കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നത് കൂടുതൽ സുഗമമായിരിക്കും.

പ്രപഞ്ചത്തിൽ നാം വ്യവഹരിക്കുന്ന എല്ലാം തന്നെ ഉൾപ്പെടുത്തുവാൻ ഉത്സാഹിക്കുമ്പോൾ ഈ വിവിധ വിഭാഗങ്ങളുടെ സംഖ്യ വല്ലാതെ വർധിച്ചു പോകും. അങ്ങനെ വിഭാഗങ്ങളുടെ എണ്ണം അത്യധികം വർധിപ്പിക്കാതെ, എന്നാൽ എല്ലാത്തിനേയും ഉൾപ്പെടുത്തിക്കൊണ്ട് നൈയായികർ ഇവയെ ഏഴായി തിരിച്ചിരിക്കുന്നു. എന്നിട്ട് ഇവയ്ക്ക് പദാർഥങ്ങൾ എന്നു പേർ കൊടുത്തിരിക്കുകയാണ്. നൈയായികരുടെ ഈ ഏഴ് പദാർഥങ്ങളിൽപ്പെടാത്ത ഒന്നും തന്നെ ഈ പ്രപഞ്ചത്തിൽ കാണുകയില്ല (കാണരുത്). ഇങ്ങനെ ഏഴായി തിരിച്ചാൽ മതിയോ, എന്തെങ്കിലും വിട്ടുപോയിട്ടുണ്ടോ എന്ന് യുക്തിയുക്തമായി ചർച്ചചെയ്ത് ഏഴ് മതി എന്ന നിഗമനത്തിൽ നൈയായികർ എത്തിച്ചേർന്നിട്ടുമുണ്ട്.

പദാർഥമെന്നതിനെ പദത്തിന്റെ അർഥം എന്നു വിഗ്രഹിച്ചു പറഞ്ഞാൽ, വാക്കുകൊണ്ടു വ്യക്തമാക്കാൻ കഴിയുന്ന എല്ലാം എന്നു വരും. പദാർഥത്തിന് ജ്ഞേയത്വം അല്ലെങ്കിൽ പ്രമിതിവിഷയത്വം എന്നും പറയാറുണ്ട്. അതായത് അറിവിന് വിഷയമായത് എന്നർഥം. ഏതർഥമെടുത്താലും നമ്മുടെ ചർച്ചക്കു വിഷയമാകുന്ന എല്ലാം തന്നെ പദാർഥത്തിൽപ്പെടുന്നു. ഇവയിൽ വസ്തുക്കൾ, വാക്കുകൾ, ചിന്തകൾ എന്നിങ്ങനെയുള്ള എല്ലാം ഉൾപ്പെടുന്നു. ചുരുക്കത്തിൽ, വാക്കുകളെക്കൊണ്ടു വ്യക്തമാക്കാവുന്ന എല്ലാം എന്നാണ് പദാർഥങ്ങൾ എന്നതുകൊണ്ടു വിവക്ഷിക്കുന്നത്.

ഒരു സംഗതി കൂടി ഈ സന്ദർഭത്തിൽ പറഞ്ഞുകൊള്ളട്ടെ. ദാർശനികന്മാർ തന്നെ പലരും പലതരത്തിലാണ് പദാർഥങ്ങളെ വിഭജിച്ചിരിക്കുന്നത്. അരിസ്റ്റോട്ടിൽ എന്ന പാശ്ചാത്യ ദാർശനികൻ പത്തായി തിരിക്കയാണ് ചെയ്തത്. ഭാരതീയ ദാർശനികർ തന്നെ പല മാതിരി വിഭജനങ്ങളാണ് നടത്തിയിരിക്കുന്നത്. കണാദൻ പദാർഥങ്ങൾ ആറാണെന്നെടുത്തിരിക്കുന്നു. 16 പദാർഥങ്ങളാണെന്നാണ് ഗൗതമന്റെ

മതം. സാംഖ്യശാസ്ത്രപ്രകാരം പദാർഥങ്ങൾ 25 ആണ്. മീമാംസകർ എട്ടാണെന്നു പറയുന്നു. നമ്മുടെ ലക്ഷ്യം ന്യായശാസ്ത്രപഠനമാണല്ലോ. അപ്പോൾ നൈയായികരുടെ വിഭജന രീതി തന്നെ നാം സ്വീകരിക്കണം.

ഇങ്ങനെ ഏഴു പദാർഥങ്ങളാക്കിത്തിരിച്ച് അവയുടെ നിർവചനങ്ങളും പ്രത്യേകതകളും സ്ഥാനങ്ങളും ആദ്യം തന്നെ തർക്കസംഗ്രഹത്തിൽ വ്യക്തമാക്കുന്നു. പിന്നീട് ഇവയെ എങ്ങനെ ബന്ധിപ്പിക്കാമെന്നും യുക്തിചിന്ത എങ്ങനെ പുരോഗമിക്കാമെന്നും വിവരിക്കുന്നു. ഏഴു പദാർഥങ്ങളാക്കിത്തിരിച്ച് ഓരോന്നിനും പേർ നൽകി, ഇവയിലോരോന്നിലും എന്തെല്ലാം അടങ്ങുന്നു എന്ന് കൃത്യമായ ലിസ്റ്റുണ്ടാക്കിയശേഷം ഇവയുടെ നിഷ്കൃഷ്ട ലക്ഷണങ്ങൾ കൊടുക്കുന്നു. അതിന് ശേഷം ഓരോന്നിനെ കുറിച്ചും നമുക്കുണ്ടാവുന്ന അറിവ് അഥവാ ജ്ഞാനം എങ്ങനെയെന്ന് പര്യാലോചിച്ച് യുക്തി ചിന്തയിലേക്കും അനുമിതിയിലേക്കും പ്രവേശിക്കുന്നു.

പദാർഥങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?

നൈയായികർ എല്ലാംകൂടി ഏഴു പദാർഥങ്ങളാക്കി തിരിക്കയാണ് ചെയ്തിരിക്കുന്നതെന്നു പറഞ്ഞുവല്ലോ. ഈ ഏഴു പദാർഥങ്ങൾ ഏതെല്ലാമെന്ന് താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

"ദ്രവ്യ ഗുണകർമ സാമാന്യ വിശേഷസമവായാഭാവാഃ
സപ്തപദാർഥാഃ"

(i) ദ്രവ്യങ്ങൾ
(ii) ഗുണങ്ങൾ
(iii) കർമങ്ങൾ
(iv) സാമാന്യം
(v) വിശേഷം
(vi) സമവായം
(vii) അഭാവം

ഇങ്ങനെ ഏഴു പദാർഥങ്ങൾ എന്നാണ് തർക്കസംഗ്രഹത്തിലെ മേൽക്കൊടുത്ത വാക്യത്തിന്റെ അർഥം.

ദ്രവ്യങ്ങൾ

ദ്രവ്യങ്ങളെന്നതിൽ (matter) എല്ലാം ഉൾപ്പെടുന്നു. ഖര, ദ്രവ, വാതകങ്ങൾ എന്നിവയെല്ലാം. ദ്രവ്യത്തിന് പുറമെ കാലം

(time), ദിക്ക് (space) എന്നിവയും. ഇവയെല്ലാമുപരിയായി ആത്മാവും മനസ്സും കൂടി ദ്രവ്യങ്ങളിൽപ്പെടുന്നു. ഇതിൽ നിന്ന് ഒരു കാര്യം വ്യക്തമാണ്. ഭൗതികവും ആത്മീയവുമായ കാര്യങ്ങളെല്ലാം ചർച്ചചെയ്യാൻ തക്ക വിധത്തിലാണ് ദ്രവ്യങ്ങളെന്ന വിഭാഗത്തെ നിർദേശിച്ചിരിക്കുന്നത്. പൃഥിവി, അപ്പ്, തേജസ്സ്, വായു, ആകാശം, കാലം, ദിക്ക്, ആത്മാവ്, മനസ്സ് എന്നിങ്ങനെ 9 ദ്രവ്യങ്ങളാണ്.

ഇവ ഒററയ്ക്കൊററയ്ക്കായും കൂട്ടായും വിവിധ വസ്തുക്കളെ ഉണ്ടാക്കുന്നു.

ഗുണങ്ങൾ

ഗുണങ്ങൾ (properties) എല്ലാം ഗുണങ്ങളിൽപ്പെടുന്നു. രൂപം, രസം, ഗന്ധം, സ്പർശം, സംഖ്യ, പരിമാണം, പൃഥക്ത്വം, സംയോഗം, വിഭാഗം, പരത്വം, അപരത്വം, ഗുരുത്വം, ദ്രവത്വം, സ്നേഹം, ശബ്ദം, ബുദ്ധി, സുഖം, ദുഃഖം, ഇച്ഛ, ദ്വേഷം, പ്രയത്നം, ധർമം, അധർമം, സംസ്കാരം എന്നിങ്ങനെ ഗുണങ്ങൾ 24 ആണ്.

കർമങ്ങൾ

"ചലനാത്മകം കർമ" എന്നാണ് തർക്കസംഗ്രഹത്തിലെ നിർവചനം. എല്ലാ വിധത്തിലുള്ള ചലനങ്ങളും കർമങ്ങളിൽപ്പെടുന്നു. ഉൽക്ഷേപണം (ഊർധ്വഗമനം), അവക്ഷേപണം (അധോഗമനം), ആകുഞ്ചനം (compression) പ്രസാരണം (tension) ഗമനം എന്നിങ്ങനെ ചലനങ്ങളെ അഞ്ചാക്കി തിരിച്ചിരിക്കുന്നു. ആദ്യം പറഞ്ഞ നാലു പ്രത്യേക ചലനങ്ങളിൽ ഉൾപ്പെടാത്ത മററെല്ലാ തരം ചലനവും അഞ്ചാമത്തേതായ ഗമനത്തിൽപ്പെടുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന് ഭ്രമണമെടുക്കുക. ഇത് ഒരു തരം ഗമനമാണ്.

ആകെയുള്ള ഏഴ് പദാർഥങ്ങളിൽ ആദ്യത്തെ മൂന്നും ചേർന്ന ഗണത്തിന്റെ അവച്ഛേദകത്തെ "സത്ത" എന്നു പറയുന്നു. ഇനിയുള്ള പദാർഥങ്ങൾ നമ്മുടെ വ്യവഹാരങ്ങൾക്കാവശ്യമായവയാണ്.

സാമാന്യം

ഏതെങ്കിലും സംഗതിവശാൽ ഒരേ വിധത്തിൽപ്പെട്ട അനേകം വസ്തുക്കളുടെ സമൂഹത്തെക്കുറിച്ച് വ്യവഹരി

ക്ഷവാൻ ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്ന ആശയമാണ് സാമാന്യം. അതായത് നവീന ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലെ ഗണം എന്ന ആശയം തന്നെ. ആധുനിക ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ ഏകാംഗ ഗണവും ശൂന്യഗണവും പെടുന്നുണ്ട്. എന്നാൽ കേവലം ഒരംഗം മാത്രമുള്ളപ്പോൾ നൈയായികർ സാമാന്യമെന്നു പറയാറില്ല. "നിത്യമേകമനേകാനുഗതം" സാമാന്യം എന്നാണ് നിർവചനം. ഇവിടെ ഏകമെന്നത് പ്രാമാദികം (തെറ്റുപറ്റിയത്) ആണെന്ന് നൃസിംഹപ്രകാശികാ എന്ന ദീപികയുടെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ സമ്മതിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഒന്നിലധികം വരുമ്പോളാണ് സാമാന്യത്തിന്റെ പ്രശ്നം വരുന്നതെന്ന് ഈ നിർവചനത്തിൽ നിന്ന് വ്യക്തമാവുന്നു. അതിനും പുറമെ, സാമാന്യം നിത്യമാണെന്നും നിർവചനത്തിലുണ്ട്. ഇതിന് നൈയായികർ പറയുന്ന യുക്തി താഴെ കൊടുക്കുന്നു. ലോകത്തിലുള്ള ഗോക്കളെല്ലാം നശിച്ചാലും ഗോത്വം നിലനിൽക്കും, എന്തെന്നാൽ പിന്നീടെങ്ങനെയെങ്കിലും ഒരു ഗോവുണ്ടായാൽ അതിനെ അറിയാമെന്നതു തന്നെ. നവീനഗണിത ശാസ്ത്രത്തിലെ നിർവചനമുപയോഗിക്കുകയാണെങ്കിൽ ഈ സ്ഥിതി വിശേഷം കുറച്ചുകൂടി എളുപ്പത്തിൽ പറഞ്ഞു തീർക്കാം. ഗോക്കളെല്ലാം ചേർന്ന ഗണം ഗോത്വം. എല്ലാ ഗോക്കളും നശിച്ചാലും ഈ ഗണമുണ്ടാകും. ഇത് ശൂന്യഗണമാണെന്നു പറഞ്ഞാൽ മതി.

വിശേഷം

വസ്തുക്കളെ വേർതിരിച്ചറിയുവാനുള്ള കഴിവ് മനുഷ്യ മനസ്സിനുണ്ടെന്ന് ആധുനിക ഗണിത ശാസ്ത്രം അടിസ്ഥാന പരമായി സമ്മതിച്ചിട്ടുണ്ടെന്ന് നേരത്തെ പറഞ്ഞതാണ്. ഈ വേർതിരിവ് എങ്ങനെ നടക്കുന്നു എന്ന് കൂലങ്കഷമായി നൈയായികർ ചിന്തിക്കുന്നു. സാധാരണ വസ്തുക്കളെ അവയുടെ ആകൃതി കൊണ്ടോ പ്രകൃതികൊണ്ടോ നമുക്ക് തിരിച്ചറിയുവാൻ സാധിക്കും. ഉദാഹരണത്തിന്, ഒരു ഘടത്തെ മറ്റൊരു സാധന (ഒരു വസ്ത്രമാണെന്നിരിക്കട്ടെ) ത്തിൽ നിന്ന് നമുക്ക് എളുപ്പത്തിൽ തിരിച്ചറിയാം. മാത്രമല്ല, ഒരു ഘടത്തെ മറ്റൊരു ഘടത്തിൽ നിന്നും തിരിച്ചറിയുവാനും അവയെ കുറിച്ച് വേറെ വേറെ പ്രതിപാദിക്കുവാനും നമുക്ക് കഴിയും. ഇനി ഒരു ഘടത്തെ എടുത്ത് രണ്ടായി പിളർക്കുക. അപ്പോൾ രണ്ട് കപാലങ്ങൾ കിട്ടുന്നു. ഈ കപാലങ്ങളെ തിരിച്ചറിയുവാനും വിഷമമില്ല. ഇവയിൽ ഒരു കപാലത്തെ

പിന്നേയും ഉടയ്ക്കുക. അപ്പോഠം നമുക്ക് ആ കപാലത്തിന്റെ വിവിധ ശകലങ്ങഠം കിട്ടുന്നു. അവയേയും, ശ്രമിച്ചാൽ, തിരിച്ചറിയാം. ഇങ്ങനെ ചെറുതാക്കിക്കൊണ്ടു വരുന്ന പ്രക്രിയ തുടർന്നുകൊണ്ടിരിക്കുക. അവസാനം നാം ഘടപരമാണുക്കളിൽ എത്തിച്ചേരുന്നു. ഈ പരമാണുക്കളെ വേർതിരിച്ചു വ്യവഹരിക്കേണ്ട സന്ദർഭങ്ങഠം വന്നാലോ? ഈ ഘട പരമാണുക്കളെ എങ്ങനെ വേർതിരിച്ചറിയുവാൻ കഴിയും എന്ന ചോദ്യം വരുന്നു. ഈ തിരിച്ചറിവ് (സങ്കൽപ്പത്തിലെങ്കിലും) നമുക്കു സാധിക്കുന്നുണ്ട്. അതെങ്ങനെ എന്നുള്ള ചോദ്യത്തിന് ഉത്തരമാണ് വിശേഷമെന്ന പദാർഥം. യാതൊന്നിന്റെ ഫലമായിട്ടാണോ ഒരേ വസ്തുവിന്റെ തന്നെ രണ്ടു പരമാണുക്കളെ തമ്മിൽ തിരിച്ചറിയുവാൻ സാധിക്കുന്നത്, അതുതന്നെയാണ് വിശേഷമെന്ന പദാർഥം. ഓരോ പരമാണുവിലും ഈ വിശേഷമെന്ന പദാർഥം വേർപെടുത്താനാവാത്ത വിധത്തിൽ ലയിച്ചിരിക്കുന്നു എന്നാണ് വച്ചിരിക്കുന്നത്.

ഒരു ഗണമെടുത്താൽ അതിലെ അംഗങ്ങളെ വേറെ വേറെ എടുത്തു നമ്മുടെ പ്രതിപാദനത്തിനു വിധേയമാക്കാറുണ്ടല്ലോ. അങ്ങനെയുള്ള പ്രതിപാദനത്തിന് ഈ വിശേഷമെന്ന പദാർഥത്തിന്റെ സഹായം പലപ്പോഴും വേണ്ടിവരും. ഉദാഹരണത്തിന്, ഒരു ഘടത്തിന്റെ പരമാണുക്കളുടെ സമാഹാരമാണ് നമ്മുടെ പ്രതിപാദ്യമായ ഗണമെങ്കിൽ, അതിലെ അംഗങ്ങളെ തിരിച്ചറിയുവാൻ (സങ്കല്പിക്കുവാൻ പോലും) വിശേഷമെന്ന പദാർഥത്തെ അംഗീകരിച്ചേ മതിയാകൂ. പരമാണുക്കഠം നിത്യങ്ങളാണെന്ന് നൈയായികർ കരുതുന്നു. അങ്ങനെയുള്ള പരമാണുക്കളിൽ ലയിച്ചു കിടക്കുന്ന വിശേഷങ്ങഠം അനന്തങ്ങളാണ്. "നിത്യദ്രവ്യ വൃത്തയോ വിശേഷാസ്തു അനന്താ ഏവ".

സമവായം

ഈ പദത്തിന്റെ വ്യുല്പത്തിയെക്കുറിച്ച് ഭാഷാപരമായി ആലോചിച്ചു നോക്കിയാൽ സുദൃഢമായ ചേർച്ച എന്ന അർഥമാണ് വന്നു കൂടുക. അതായത്, രണ്ടു വസ്തുക്കഠം തമ്മിൽ വേർതിരിക്കപ്പെടാൻ കഴിയാത്തത്ര ദൃഢമായ ചേർച്ചയുണ്ടാകണമെന്ന് സാരം. ഈ ചേർച്ച നശിക്കണമെങ്കിൽ ഈ വസ്തുക്കഠം തന്നെ നശിക്കേണ്ടി വരുന്നത്ര ഒഴിച്ചു കൂടാൻ വയ്യാത്തതാണ്. രണ്ടു വസ്തുക്കഠം തമ്മിലുള്ള അഭേദ്യമായ

ബന്ധം എന്നു പറയാം. "നിത്യസംബന്ധഃ സമവായഃ" എന്നാണ് നൈയായിക മതം.

രണ്ടു വസ്തുക്കൾ തമ്മിൽ എങ്ങനെയെങ്കിലും ബന്ധിപ്പിക്കപ്പെട്ടതാണെന്നു തെളിയുകയോ, അല്ലെങ്കിൽ ഇവ വേർതിരിഞ്ഞവയാണെന്നു ബോധ്യപ്പെടുകയോ ചെയ്താൽ ഈ വസ്തുക്കൾ യുത സിദ്ധങ്ങളാണെന്നു പറയുന്നു. ഈ രണ്ടിന്റെയും ആശയം ഒന്നു തന്നെ.

ബന്ധിപ്പിക്കപ്പെട്ടവയാണെന്നു തെളിഞ്ഞാൽ ഈ ബന്ധിപ്പിക്കൽ എന്ന പ്രക്രിയക്കു മുമ്പ് ഇവ വേറിട്ടിരുന്നിരിക്കണം. വേർതിരിഞ്ഞവയാണെന്നു തെളിയുമ്പോഴും വേർതിരിവിൽ ത്തന്നെ ചെന്നെത്തുന്നു. ഇങ്ങനെയുള്ള രണ്ടു വസ്തുക്കൾ യുതസിദ്ധങ്ങളാണെന്നു പറയുന്നു. അപ്പോൾ അയുതസിദ്ധങ്ങൾ എന്നു പറഞ്ഞാൽ വേർതിരിഞ്ഞിരിക്കുന്ന പ്രശ്നമേയില്ലാത്തവയെന്നർഥം.

ഒരു വസ്തുവും object അതിന്റെ അവയവങ്ങളും തമ്മിൽ അഭേദ്യമായ ഒരു തരം ബന്ധമുണ്ട്. അവയവിയും അവയവവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം മേൽക്കാണിച്ച വിധം അയുതസിദ്ധമാണ്. ഇപ്രകാരമുള്ള സംബന്ധം സമവായമാണ്.

ദ്രവ്യം എന്ന പദാർഥത്തെക്കുറിച്ച് നേരത്തെ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ടല്ലൊ. ദ്രവ്യത്തിന്റെ ലക്ഷണമായി നൈയായികർ ഗുണവത്വമാണ് നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നത്. അപ്പോൾ ഒരു ദ്രവ്യവും അതിന്റെ ഗുണങ്ങളും തമ്മിൽ അഭേദ്യമായ സംബന്ധമുണ്ട്. ദ്രവ്യമുണ്ടെങ്കിൽ അതിന്റേതായ ഗുണങ്ങളുമുണ്ട്. ഗുണമുണ്ടെങ്കിൽ അതിന്റെ ദ്രവ്യവുമുണ്ട്. ഏതെങ്കിലും ഒരു ദ്രവ്യവും അതിന്റെ ഗുണങ്ങളും വേർപെടുത്താൻ കഴിയാത്തവയാണ്. അവ അയുതസിദ്ധങ്ങളാണ്. ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധവും സമവായമാണ്.

നൈയായികമത പ്രകാരം ദ്രവ്യങ്ങളാണ് കർമങ്ങൾ ചെയ്യുന്നത്. യാതൊരു ദ്രവ്യമാണോ ഒരു കർമം ചെയ്യുന്നത് ആ ദ്രവ്യവും പ്രസ്തുത കർമവും തമ്മിലുള്ള സംബന്ധവും സമവായമാണ്.

ഗോത്വമെന്ന ജാതിയും ഒരു ഗോവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധവും സമവായമാണ്. നിത്യദ്രവ്യങ്ങളും വിശേഷമെന്ന പദാർഥവും

വേർതിരിക്കാൻ കഴിയാത്ത വിധത്തിൽ ബന്ധപ്പെട്ടു കിടക്കുന്നു. ഈ ബന്ധവും സമവായമാണ്.

''നിത്യസംബന്ധഃ സമവായഃ
അയുതസിദ്ധവൃത്തി''

എന്നാണ് നൈയായികരുടെ നിർവചനം.

മേൽക്കൊടുത്ത ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്ന് സമവായമെന്ന സംബന്ധം പ്രത്യേക പ്രാധാന്യമുള്ളതാണെന്നു വ്യക്തമാണല്ലൊ. അതിനാൽ സമവായത്തെ പദാർഥങ്ങളിൽ പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. ആധുനിക ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ ഭാഷയിൽ പറഞ്ഞാൽ ഒരു പ്രത്യേക തരം സാംഗത്യം (correspondence) ആണിത്.

സമവായം എന്ന ഒരു പദാർഥത്തെ നിർവചിക്കേണ്ട ആവശ്യം തന്നെയുണ്ടോ എന്ന് പല ഭാരതീയ ദാർശനികരും ചോദ്യം ചെയ്തിട്ടുണ്ട്. എന്നാൽ നൈയായികർ അതംഗീകരിച്ചിട്ടുള്ളതിനാൽ നാം ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൽ അത് സ്വീകരിക്കുക തന്നെ വേണം.

അഭാവം

ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഇല്ലായ്മയേയോ അല്ലായ്മയേയോ കുറിച്ച് പലപ്പോഴും നമുക്ക് വ്യവഹരിക്കേണ്ടി വരും. അതിന് അഭാവം എന്ന പദാർഥത്തെ നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, നാം ഒരു യോഗം കൂടുകയാണെന്നിരിക്കട്ടെ. അധ്യക്ഷൻ ഹാജരായിട്ടില്ലെങ്കിൽ ആ യോഗത്തിനു പല കുഴപ്പങ്ങളും വരാം. അധ്യക്ഷന്റെ അഭാവമാണ് ഈ കുഴപ്പങ്ങൾക്കെല്ലാം ഇടയാക്കിയതെന്ന് നാം പറയാറുണ്ട്.

ഒരു ക്ലാസിൽ അധ്യാപകൻ ഇല്ലെന്നിരിക്കട്ടെ. അവിടെ ഒന്നുണ്ട്. ആ ക്ലാസ്സിൽ അധ്യാപകന്റെ അഭാവമുണ്ട്. അങ്ങനെ അഭാവമെന്ന് നാം പറയുമ്പോഴെല്ലാം എന്തിന്റെ അഭാവം എന്ന് വ്യക്തമാക്കണം. അധ്യാപകന്റെ അഭാവത്തിന്റെ പ്രതിയോഗിയാണ് അധ്യാപകൻ എന്നാണ് നൈയായികരുടെ ഭാഷ. അഭാവം പറയുമ്പോൾ അതിന്റെ പ്രതിയോഗിയേതെന്ന് വ്യക്തമാക്കണം. അതായത് ഏതു പ്രതിയോഗിയോടു കൂടിയതാണ് പ്രസ്തുത അഭാവം എന്ന് നിഷ്കർഷയോടുകൂടിപ്പറയണം. ഒരിടത്ത് ഘടമില്ല

എങ്കിൽ അവിടെ ഘടമാകുന്ന പ്രതിയോഗിയോടു കൂടിയ അഭാവമുണ്ട് എന്നാണ് നൈയായികർ പറയുക. ഘട നിഷ്ഠപ്രതിയോഗിതാകാഭാവം ഉണ്ടെന്നു പറയും.

അഭാവം നാലു തരത്തിലുണ്ട്.

(1) പ്രാഗഭാവം
(2) പ്രധ്വംസാഭാവം
(3) അത്യന്താഭാവം
(4) അന്യോന്യാഭാവം

ഏതെങ്കിലും ഒരു വസ്തു ഉണ്ടാകുന്നതിന് മുമ്പ് അതിന്റെ അഭാവമുണ്ടായിരുന്നിരിക്കണമല്ലൊ. ഈ അഭാവത്തെ പ്രാഗ ഭാവം എന്നു പറയുന്നു. ഉണ്ടായിരുന്ന ഒരു വസ്തു നശിച്ചാൽ പിന്നീട് ആ വസ്തുവിന്റെ അഭാവം ഉണ്ടാവുകയായി, ഇതാണ് പ്രധ്വംസാഭാവം, ഇനി ഒരു ഘടവും ഒരു വസ്ത്രവും എടുക്കുക, വസ്ത്രത്തിൽ ഘടമില്ല. അപ്പോൾ വസ്ത്രത്തിൽ ഘടത്തിന്റെ അഭാവമുണ്ട്. ഇതുപോലെത്തന്നെ ഘടത്തിൽ വസ്ത്രത്തിന്റെ അഭാവവുമുണ്ട്. ഇത്തരം അഭാവത്തെയാണ് അന്യോന്യാഭാവം എന്ന് പറയുന്നത്. മുകളിൽ പറഞ്ഞവ യല്ലാതെ, ഏതെങ്കിലും ഒന്നിന്റെ തീരെ ഇല്ലായ്മയെ അത്യന്താഭാവമെന്ന് പറയുന്നു.

നൈയായികരുടെ ഏഴ് പദാർത്ഥങ്ങളുടെ ഒരു ഏകദേശ രൂപം കിട്ടിയിരിക്കുമല്ലോ.

കാര്യകാരണങ്ങളും വ്യാപാരവും കരണവും

വസ്തുക്കൾ സാധാരണമായി ഉണ്ടാകുന്നവയാണ്, നിത്യമല്ല. നിത്യമാണെങ്കിൽ ഉണ്ടാകലോ നശിക്കലോ ഇല്ലല്ലോ ഇങ്ങനെ നിത്യമല്ലാത്ത എല്ലാം ഉണ്ടാകുന്നവയാണ്. നിത്യമല്ലാത്ത എന്തിനേയും കാര്യമെന്നു പറയാം. അപ്പോൾ എല്ലാ കാര്യവും ഉണ്ടാകുന്നതാണ്. ഏതു കാര്യമെടുത്താലും അതിന് ഉൽപ്പത്തിയുണ്ട്. ഈ ഉൽപ്പത്തിക്കുമുമ്പ് അതിന്റെ അഭാവം ഉണ്ടായിരുന്നിരിക്കണം. ഒരു കാര്യത്തിന്റെ ഉല്പത്തിക്കുമുമ്പുള്ള ആ കാര്യത്തിന്റെ അഭാവമാണല്ലോ പ്രാഗഭാവം. പ്രസ്തുത കാര്യം ഈ പ്രാഗഭാവത്തിന്റെ പ്രതിയോഗിയാണ്. അപ്പോൾ കാര്യത്തെ താഴെ പറയും പ്രകാരം നിർവചിക്കാം.

''പ്രാഗഭാ പ പ്ര തിയോഗി''യാണ് കാര്യം. നോക്കുക, എല്ലാ കാര്യത്തിനും (ഏതു തരത്തിലുള്ളതായാലും) യോജിക്കുന്ന വിധത്തിലാണീ നിർവചനം. അഭാവമെന്ന പദാർഥമുപയോഗപ്പെടുത്തിയാണീ നിർവചനം.

ഏതെങ്കിലും ഒരു കാര്യമെടുക്കുക. ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു ഘടമാകട്ടെ, ഈ ഘടത്തിന്റെ ഉൽപ്പത്തിക്കുമുമ്പ് വേണ്ടവയാണ് മണ്ണ്, ചക്രം, ചക്രം തിരിക്കുവാനുള്ള ദണ്ഡം, മണ്ണ് ചുമന്നുകൊണ്ടു വരുവാനുള്ള കഴുത എന്നിവ. ഇവയിൽ മണ്ണ്, ചക്രം, ചക്രം തിരിക്കുവാനുള്ള ദണ്ഡം എന്നിവ ഘടമുണ്ടാക്കുന്നതിന് കൂടിയേ തീരൂ. എന്നാൽ മണ്ണു കൊണ്ടുവരുന്നതു കഴുതയായിക്കൊള്ളണ മെന്നില്ല.

മണ്ണ് വെട്ടി കൊട്ടയിൽ കോരിയിട്ട ഘടമുണ്ടാക്കുന്ന ആറം തന്നെ ചുമന്നുകൊണ്ട് വന്നാലും മതി. അങ്ങനെ നോക്കുമ്പോൾ മണ്ണ്, ചക്രം, ചക്രം തിരിക്കുവാനുള്ള ദണ്ഡം എന്നിവ ഘടത്തിന്റെ ഉല്പത്തിക്കു മുമ്പ് നിശ്ചയമായും ഉണ്ടായിരിക്കണം. കഴുത ഉണ്ടാകാം, ഉണ്ടാകാതിരിക്കുകയും ചെയ്യാം. ഈ സ്ഥിതിവിശേഷം സൂക്ഷ്മമായി പരിശോധിച്ച് നാം ചിലത് മനസ്സിലാക്കണം.

(1) ഒരു കാര്യത്തിന്റെ ഉത്ഭവത്തിനുമുമ്പ് നിശ്ചയമായും ഉണ്ടാകേണ്ടവയും, ഉണ്ടാവുകയോ ഇല്ലാതിരിക്കുകയോ ചെയ്യാവുന്നവയും എന്നിങ്ങനെ രണ്ട് തരം വസ്തുക്കളുണ്ട്.

(2) ഘടത്തിന്റെ ഉദാഹരണത്തിൽ ചക്രം തിരിക്കുവാനുപയോഗിക്കുന്ന ദണ്ഡം നിശ്ചയമായും വേണം. ആ ദണ്ഡത്തിന് എന്തെങ്കിലും ഒരു നിറമുണ്ടായിരിക്കും. ആ നിറവും ഘടത്തിന്റെ ഉല്പത്തിക്കുമുമ്പ് നിശ്ചയമായും ഉണ്ടാകേണ്ടതാണ്. ദണ്ഡത്തിന്റെ നിറം എന്തുതന്നെയായാലും ഘടമുണ്ടാകും. ദണ്ഡത്തിന്റെ നിറം ഘടത്തിന്റെ ഉല്പത്തിയെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം അന്യഥാസിദ്ധമാണെന്നു പറയുന്നു.

ഇനിയും ഒരുദാഹരണം കൂടിയെടുക്കാം. ഒരു വസ്ത്രമെന്ന കാര്യമെടുക്കുക. അതുണ്ടാക്കാൻ നൂല് അത്യന്താപേക്ഷിതമാണ്. നൂലിന്റെ നിറം എന്തുതന്നെയായാലും വസ്ത്രമുണ്ടാകും. നൂലിന്റെ നിറം വസ്ത്രത്തിന്റെ ഉല്പത്തിയെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം അന്യഥാസിദ്ധമാണ്.

നാം ഒരു ദ്രവ്യത്തെ ചൂടു പിടിപ്പിക്കുന്നു എന്നു വയ്ക്കുക. ആ ചൂടുകൊണ്ട് പ്രസ്തുത ദ്രവ്യത്തിന് പുതിയ നിറവും പുതിയ ഗന്ധവും വരാം. പുതിയ നിറമുണ്ടാകുന്നതിന് മുമ്പ് അതിന്റെ പ്രാഗ ഭാവമുണ്ടായിരുന്നു. പക്ഷേ, ഈ നിറത്തിന്റെ പ്രാഗഭാവം പുതിയ ഗന്ധത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം അന്യഥാസിദ്ധമാണ്. അന്യഥാസിദ്ധത്വം ഇനിയും ചില തരത്തിലും കൂടിയുണ്ട്.

മേൽപ്പറഞ്ഞ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ ഘടത്തിന്റെ ഉല്പത്തിക്കു മുമ്പുണ്ടാകേണ്ട ദണ്ഡത്തിന്നധീനമായിട്ടാണ് അതിന്റെ നിറം നിലകൊള്ളുന്നത്. വസ്ത്രമെന്ന കാര്യത്തിൽ നൂലിന് അധീനമായിട്ടാണ് അതിന്റെ നിറം ഇരിക്കുന്നത്. ഘട ത്തിന്റെ കാരണമാണ് ദണ്ഡം എന്ന് പറയാറുണ്ട്. വസ്ത്ര ത്തിന്റെ കാരണമാണ് നൂല് എന്നും പറയാറുണ്ട്. എന്നാൽ നൂലിന്റെ നിറം വസ്ത്രത്തിന്റെ കാരണമാണെന്ന് പറയാറില്ല. ഒരു കാര്യത്തിന്റെ കാരണമായ ഒന്നിനെ ആശ്രയിച്ച് നിലകൊള്ളുന്ന മറ്റൊന്നിന് അന്യഥാസിദ്ധത്വ മുണ്ടെന്നു പറയുന്നു.

ഇനി കാരണത്തിന്റെ നിഷ്കൃഷ്ടമായ നിർവചന ത്തിലേക്ക് കടക്കാം. ഘടത്തിന്റെ ഉല്പത്തിക്കു മുമ്പ് തീർച്ചയായും ഉണ്ടാകേണ്ട മണ്ണ് ഘടത്തിന്റെ കാരണമാണ്. എന്നാൽ ഉല്പത്തിക്കു മുമ്പ് തീർച്ചയായും ഉണ്ടാകണ മെന്നില്ലാത്ത കഴുത ഘടത്തിന്റെ കാരണമല്ല. ദണ്ഡം ഘടത്തിന്റെ ഉല്പത്തിക്ക് കാരണമാണ്, എന്നാൽ അന്യഥാസിദ്ധത്വമുള്ള ദണ്ഡത്തിന്റെ നിറം കാരണമല്ല. ഈ രണ്ടാശയങ്ങളും ചേർത്ത് കാരണത്തിന്റെ നിർവചനം താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

''അനന്യഥാസിദ്ധത്വേസതി
കാര്യനിയത പൂർവവൃത്തിത്വം'' കാരണത്വം

അതായത്, കാര്യത്തിന്റെ മുമ്പ് നിശ്ചയമായും വർത്തി ക്കുകയും മുകളിൽപ്പറഞ്ഞ അന്യഥാസിദ്ധത്വം ഇല്ലാതിരി ക്കുകയും ചെയ്യുന്നത് പ്രസ്തുത കാര്യത്തിന്റെ കാരണമാണ്.

മണ്ണ് ഘടത്തിന്റെ കാരണമാണ്.
ചക്രം ഘടത്തിന്റെ കാരണമാണ്.
ദണ്ഡം ഘടത്തിന്റെ കാരണമാണ്;

അങ്ങനെ ഘടമെന്ന ഒരേ കാര്യത്തിന് തന്നെ ഒന്നിലധികം കാരണങ്ങളുണ്ടാകാം.

ഇനി കാരണത്തെ രണ്ടായി തരംതിരിക്കുന്നു.

(1) സാധാരണ കാരണം.
(2) അസാധാരണ കാരണം.

എല്ലാ കാര്യങ്ങൾക്കും പൊതുവായിവരുന്ന ചില കാരണങ്ങളുണ്ട്. അദൃഷ്ടം, കാലം, ദേശം എന്നിങ്ങനെയുള്ളവ. ഇവയെ സാധാരണ കാരണങ്ങളെന്നു പറയുന്നു. ഘടാദികളായ അതാതു കാര്യങ്ങളുടെ അതാതു കാരണം അസാധാരണ കാരണം. മണ്ണ് ഘടത്തിന്റെ അസാധാരണ കാരണമാണ്.

നമ്മുടെ യുക്തിചിന്തയിൽ അസാധാരണ കാരണങ്ങൾക്കാണ് സ്ഥാനമെന്ന് പ്രത്യേകം പറയേണ്ടതില്ലല്ലോ.

വ്യാപാരം

C യെന്ന ഒരു കാര്യമെടുക്കുക. അതിന്റെ ഉൽപ്പത്തിക്കു മുമ്പ് നിശ്ചയമായും ഉണ്ടായിരുന്നതും അനന്യഥാ സിദ്ധവുമായ ഒന്നാണ് A എന്നും അതു സാധാരണ കാരണമല്ലെന്നും വിചാരിക്കുക.

അതായത്, A എന്നത് C യുടെ അസാധാരണ കാരണമാണെന്നർഥം.

മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ, A യിൽ നിന്ന് ജനിക്കുന്നതാണ് C. A യുടെ ജന്യമാണ് C എന്നു പറയുന്നു.

ഇനി താഴെ പറയും പ്രകാരമുള്ള ഒരു B യെടുക്കുക.

(i) B യെന്നത് A യുടെ ജന്യമാകണം
(ii) A യുടെ ജന്യമായ Cയെ ഉണ്ടാക്കുന്നതു മാകണം.

ഇപ്രകാരമുള്ള B ക്കു വ്യാപാരമെന്ന് പേർ.

''തജ്ജന്യത്വെ സതി
തജ്ജന്യ ജനകത്വം'' ഉള്ളത് എന്നാണ് വ്യാപാരത്തിന് നൈയായികർ കൊടുക്കുന്ന നിർവചനം.

B യെന്നത് A യുടെ ജന്യം
B ക്കു തജ്ജന്യത്വമുണ്ട്.

A യുടെ ജന്യമായ Cയെ ഉണ്ടാക്കുന്നതുകൊണ്ട് B ക്ക് A യുടെ ജന്യമായ C യുടെ ജനകത്വവുമുണ്ട്. അങ്ങനെ B ക്ക് തജ്ജന്യത്വവും തജ്ജന്യ ജനകത്വവുമുണ്ട്. അതിനാൽ B വ്യാപാരമാണ്.

ഒരു ഉദാഹരണം പറയാം.

കോടാലി എന്ന ആയുധംകൊണ്ട് നാം ഒരു മരത്തെ മുറിക്കുന്നു എന്നു കരുതുക. മരം മുറിക്കുക എന്നതിന് കാരണമാണ് കോടാലി. പക്ഷെ, വെറും കോടാലിമാത്രമുണ്ടായാൽ മരം മുറിയുകയില്ല, കോടാലിയും മരവും തമ്മിൽ അഭിഘാതം വേണം. ഇവിടെ കോടാലിയിൽ നിന്നാണ് അഭിഘാതമുണ്ടാകുന്നത്. ഈ അഭിഘാതം കോടാലി കാരണമുണ്ടായ മുറിവിനെ ഉണ്ടാക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. കോടാലിയും മരവും തമ്മിലുള്ള അഭിഘാതം വ്യാപാരമാണ്.

കരണം

അന്നംഭട്ടൻ എന്ന പണ്ഡിതന്റെ മതം അനുസരിച്ച് വ്യാപാരത്തോടു കൂടിയഅസാധാരണ കാരണത്തെ കരണം എന്നു പറയുന്നു. മരം മുറിയുന്നിടത്ത് കോടാലി അസാധാരണ കാരണമാണ്. അഭിഘാതം എന്ന വ്യാപാരവും അതിനുണ്ട്. അതിനാൽ കോടാലി മരം മുറിവിന്റെ കരണമാണെന്ന് പറയുന്നു.

ബുദ്ധി-പ്രത്യക്ഷം-അനുമിതി

"സർവവ്യവഹാര ഹേതുഃ ജ്ഞാനം ബുദ്ധിഃ"

എല്ലാ വ്യവഹാരങ്ങൾക്കും കാരണമായിട്ടുള്ള ജ്ഞാനമാണ് ബുദ്ധി. ഈ ജ്ഞാനം രണ്ട് തരത്തിലാണ്.

(1) സ്മൃതി (2) അനുഭവം.

അനുഭവത്തിൽ നിന്ന് ഉണ്ടായതും അനുഭവജന്യയായ സ്മൃതിയെ ഉണ്ടാക്കുന്നതുമാണ് ഭാവന. ഈ ഭാവനയിൽ നിന്ന് ഉണ്ടാകുന്ന ജ്ഞാനമാണ് സ്മൃതി. ഒരാൾ ഒരാനയേയും അതിന്റെ പുറത്തിരിക്കുന്ന ആനക്കാരനേയും കാണുന്നു എന്നുവയ്ക്കുക. പിന്നീടൊരു ദിവസം അയാൾ ആ ആനക്കാരനെ മാത്രം കാണുന്നു. അപ്പോൾ അയാൾക്ക് ആനയെ ഓർമ വരുന്നു. ഇത് സ്മൃതിയുടെ ഉദാഹരണമാണ്.

സ്മൃതിയല്ലാത്ത ജ്ഞാനമാണ് അനുഭവം എന്നാണ് തർക്ക സംഗ്രഹത്തിലെ നിർവചനം. അനുഭവം രണ്ട് തരത്തിലുണ്ട്. (1) യഥാർഥാനുഭവം. (2) അയഥാർഥാനുഭവം. നമുക്ക് ചിന്തിക്കേണ്ടത് യഥാർഥാനുഭവത്തെക്കുറിച്ചാണല്ലോ.

ജ്ഞാനത്തിന് പ്രധാനമായി മൂന്നു ഘടകങ്ങൾ ഉണ്ട്.

(1) വിശേഷ്യം അഥവാ ഉദ്ദേശ്യം.
(2) വിശേഷണം, അല്ലെങ്കിൽ പ്രകാരം
(3) സംസർഗം

ഏതൊരു വസ്തുവിനെക്കുറിച്ചാണോ ജ്ഞാനമുണ്ടാകുന്നത്, ആ ജ്ഞാനത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം ആ വസ്തുവാണ് വിശേഷ്യം.

വിശേഷ്യമായ വസ്തുവിൽ വിശേഷണമായി തോന്നുന്ന ധർമത്തെ പ്രകാരം എന്നു പറയുന്നു.

വിശേഷ്യവും പ്രകാരവും തമ്മിലുള്ള സംബന്ധത്തെ (relation) സംസർഗമെന്നും പറയുന്നു.

ഏതു ജ്ഞാനമെടുത്താലും അതിൽ ഈ മൂന്ന് ഘടകങ്ങളും അടങ്ങിയിരിക്കും. യഥാർഥാനുഭവം ജ്ഞാനമാകയാൽ യഥാർഥാനുഭവത്തിനും ഈ മൂന്ന് ഘടകങ്ങളുമുണ്ടായിരിക്കും.

യഥാർഥാനുഭവം നാലുതരത്തിലുണ്ടെന്നാണ് തർക്കസംഗ്രഹത്തിൽ പറയുന്നത്.

(1) പ്രത്യക്ഷം
(2) അനുമിതി
(3) ഉപമിതി
(4) ശാബ്ദം

ഈ നാലിലും വച്ച് അനുമിതിക്കാണ് ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ പ്രാധാന്യം. അതിനാൽ ഈ ഗ്രന്ഥത്തിലും അനുമിതിക്കാണ് പ്രാധാന്യം. അനുമിതിയെക്കുറിച്ച് ചില കാര്യങ്ങൾ വ്യക്തമാക്കുന്നതിന് അവശ്യം ആവശ്യമായിട്ടുള്ള അല്പം ചില സംഗതികൾമാത്രം പ്രത്യക്ഷത്തെക്കുറിച്ചു പ്രസ്താവിക്കാം.

പ്രത്യക്ഷം എന്നു പറയുമ്പോൾ കണ്ണുകൊണ്ടു കണ്ടിട്ടുണ്ടായ ജ്ഞാനമെന്നു മാത്രമല്ല അർഥം. വായു ഉണ്ട് എന്നുള്ള ജ്ഞാനത്തിന് കണ്ണല്ല സ്പർശമാണ് വേണ്ടത്. ഇന്ദ്രിയം കൊണ്ടുണ്ടാകുന്ന അറിവുകളൊക്കെ പ്രത്യക്ഷത്തിൽപ്പെടും. ഒരു ഉദാഹരണമെന്ന നിലയിൽ കാഴ്ചയിൽ നിന്നുള്ള ജ്ഞാനത്തെ എടുക്കുക.

ഒരു ഘടത്തെ കാണണമെങ്കിൽ ആദ്യം തന്നെ കൃഷ്ണ താരാഗ്രവർത്തിയായ ചക്ഷുസ്സ് എന്ന ഇന്ദ്രിയം വേണം. പിന്നെ ഈ ഇന്ദ്രിയവും ഘടവുമായുള്ള സംയോഗം വേണം. ഇവിടെ ഈ സംയോഗത്തിന് സന്നികർഷം എന്നാണ് നൈയായികർ പറയുക.

പ്രത്യക്ഷ ജ്ഞാനമുണ്ടാകുന്നതിന്റെ വിവിധഭാഗങ്ങളെ കുറിച്ച് ആലോചിച്ച നൈയായികർ താഴെ പറയുന്ന സംഗതികളിൽ എത്തിച്ചേർന്നിരിക്കുന്നു.

ആദ്യമായി പ്രത്യക്ഷത്തെ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഇന്ദ്രിയം വേണം. ഇതില്ലാതെ പ്രത്യക്ഷമുണ്ടാവുകയില്ല. ഇന്ദ്രിയമുണ്ടായാൽ മാത്രം പോരാ. ഏതു വസ്തുവിന്റെ പ്രത്യക്ഷമാണോ ഉണ്ടാകേണ്ടത്, ആ വസ്തുവും ഇന്ദ്രിയവും തമ്മിൽ സന്നികർഷം വേണം. പ്രത്യക്ഷത്തിന്റെ സമ്പ്രദായമനുസരിച്ച് സന്നികർഷം പല തരത്തിലുണ്ട്.

ഈ സന്നികർഷവും കൂടിക്കഴിഞ്ഞ ശേഷമാണ് പ്രത്യക്ഷ ജ്ഞാനമുണ്ടാകുന്നത്. ഇന്ദ്രിയത്തിൽ നിന്നുണ്ടായതാണ് സന്നികർഷം. ഇന്ദ്രിയംകൊണ്ടു തന്നെയാണ് ജ്ഞാനവുമുണ്ടാകുന്നത്. അപ്പോൾ ഇന്ദ്രിയത്തിൽ നിന്നുണ്ടായ സന്നികർഷം ഇന്ദ്രിയജന്യമായ ജ്ഞാനത്തെ ഉണ്ടാക്കുന്നു. അതിനാൽ സന്നികർഷത്തിന് "തജ്ജന്യത്വെസതി തജ്ജന്യ ജനകത്വ" മെന്ന നിർവചനം ശരിക്കും യോജിക്കുന്നു. അതിനാൽ സന്നികർഷം (ഇന്ദ്രിയാർഥ സന്നികർഷം) ആണ് വ്യാപാരം.

ഇന്ദ്രിയം ജ്ഞാനത്തിനുള്ള അസാധാരണകാരണമാണ്. ഇതിനോടുകൂടി സന്നികർഷമെന്ന വ്യാപാരവുമുണ്ട്. പ്രത്യക്ഷ ജ്ഞാനത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം ഇന്ദ്രിയം വ്യാപാരത്തോടു കൂടിയ അസാധാരണ കാരണമാണ്. അതായത് പ്രത്യക്ഷ ജ്ഞാനത്തിന്റെ കരണമാണ് ഇന്ദ്രിയം. ഇതല്ലാതെ ഊഹം കൊണ്ട് ശരിയായ ജ്ഞാനം നമുക്കുണ്ടാകും. അതാണ് അനുമിതി. അനുമിതിയെന്ന യാഥാർഥ ജ്ഞാനത്തിനുമുണ്ട് കരണവും വ്യാപാരവും. അനുമിതിയുടെ കരണത്തെയാണ് അനുമാനമെന്ന് പറയുന്നത്. അനുമിതിയിലുള്ള വ്യാപാരത്തിന് പരാമർശം എന്നു പേർ. പ്രത്യക്ഷ ജ്ഞാനത്തിൽ സന്നികർഷമെങ്ങനെയോ അതുപോലെ തന്നെയാണ് അനുമിതിയെ സംബന്ധിച്ചു നോക്കുമ്പോൾ പരാമർശം.

അനുമാനവും പരാമർശവും കഴിഞ്ഞാൽ അനുമിതിയുണ്ടാവുകയായി.



അനുമിതിയുടെ കരണമായ അനുമാനമെന്നത് വ്യാപ്തി ജ്ഞാനമാണ്. ഇന്നതു വ്യാപ്യം ഇന്നതു വ്യാപകം എന്നുള്ള ശരിയായ ബോധമുണ്ടാവുകയും അത് ആ പ്രത്യേക സന്ദർഭത്തിൽ അനുസ്മരിക്കുകയും ചെയ്യുക, ഇതാണ് വ്യാപ്തി ജ്ഞാനം.

ഒരു ഉദാഹരണമെടുക്കാം:

ഒരാൾ ഒരു പർവതത്തിൽ നിന്ന് പുക പൊങ്ങുന്നതു കണ്ട് ആ പർവതത്തിൽ തീയുണ്ട് എന്ന് അനുമിക്കുന്നു. ഈ അനുമിതി ശരിയാണുതാനും.

ഇവിടെ 'പുകയുള്ളിടത്തെല്ലാം തീയുണ്ടാകും' എന്ന സാഹചര്യനിയമമാണ് വ്യാപ്തി. പുക ന്യൂനദേശവൃത്തിയും തീ അധികദേശവൃത്തിയുമാണ്. പുകയുള്ള സ്ഥലങ്ങളെല്ലാം കണക്കിലെടുത്താൽ അതു തീയുള്ള സ്ഥലമെല്ലാം ചേർന്നതിൻെറ വ്യാപ്യമാവും. അതായത് തീയിൻെറ വ്യാപ്യമാണ് പുക. ഈ വ്യാപ്യ വ്യാപക ബോധമാണ് വ്യാപ്തിജ്ഞാനം. വഹ്നിയുടെ വ്യാപ്യമായ ധൂമം പർവതത്തിലുണ്ടെന്നുള്ള ബോധം പരാമർശം.

ഈ പരാമർശത്തിൽ നിന്ന് പർവതത്തിൽ വഹ്നിയുണ്ടെന്നുള്ള അനുമിതി ജനിക്കുന്നു. ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ പർവതത്തിൽ വഹ്നിയുണ്ട് എന്നുള്ള ജ്ഞാനമാണ് അനുമിതി. മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ, പർവതത്തിൽ വഹ്നിയെ സാധിച്ചിരിയ്ക്കുന്നു. അതിനാൽ വഹ്നിയ്ക്കു സാധ്യമെന്നു പേർ. ധൂമമുണ്ട് എന്നതുകൊണ്ടാണ് വഹ്നിയുണ്ടെന്ന് അനുമിക്കുന്നത്. അതിനാൽ ധൂമത്തെ ഹേതു എന്നുപറയുന്നു. എവിടെയാണ് സാധ്യമായ വഹ്നിയുണ്ടെന്ന് അനുമിക്കുന്നത്, അത് പക്ഷം. ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ പർവതമാണ് പക്ഷം.

ഈ അനുമിതിയിൽ ധൂമം വഹ്നിയുടെ വ്യാപ്യമാണെന്ന ബോധം വ്യാപ്തിജ്ഞാനം.

വഹ്നിയുടെ വ്യാപ്യമായ ധൂമം പർവതമെന്ന പക്ഷത്തിൽ വർത്തിയ്ക്കുന്നു എന്നുള്ള ബോധം പരാമർശം.
മറെറാരു ഉദാഹരണം:

ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലെ ജ്യാമിതിയിൽ ABC എന്ന ഒരു ത്രികോണം മട്ടത്രികോണം ആണെന്നു തെളിയിക്കണമെന്നിരിയ്ക്കട്ടെ. ഒരു ത്രികോണത്തിൻെറ രണ്ട് ഭുജങ്ങളുടെ വർഗങ്ങളുടെ തുക മൂന്നാമത്തെ ഭുജത്തിൻെറ വർഗത്തിന് തുല്യമായാൽ ആ ത്രികോണം മട്ടത്രികോണം ആകും എന്നുള്ള സാഹചര്യ നിയമം ഓർമയിൽ വരിക, ഇതാണ് വ്യപ്തി ജ്ഞാനം. ഈ സാഹചര്യ നിയമം ഒരു അനുവർത്തിതം (implication) ആണ്. അതിന്നനുസരിച്ച് മുന്നധ്യായത്തിൽ പറഞ്ഞ പ്രകാരം ഒരു ഗണവും അതിൻെറ ഉപഗണവുമുണ്ടാകും. ഇന്നത് ഉപഗണം ഇന്നത് ഗണം എന്ന വ്യാപ്യവ്യാപക ഭാവം ഓർക്കുക എന്നതാണ് യാഥാർഥത്തിൽ നടക്കുന്നത്. ഇതാണ് പ്രസ്തുത അനുമിതിയെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം അനുമാനമെന്ന കരണം. ഇതുകഴിഞ്ഞ്, ഈ സ്ഥിതിവിശേഷം ABC എന്ന പ്രസ്തുത ത്രികോണത്തിന് ബാധകമാണ് എന്ന ബോധമുണ്ടാവണം. ഇതാണ് പരാമർശം. ഈ പരാമർശവും കൂടി കഴിഞ്ഞാൽ ABC എന്ന ത്രികോണം മട്ടത്രികോണം ആണ് എന്നുള്ള അനുമിതി ഉടൻ ഉണ്ടാവുകയായി.

ന്യായശാസ്ത്രത്തിലെ കരണവും വ്യാപാരവും (അനുമിതിയെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം) ശരിയായ അനുമിതിയിലെത്തുന്നതിന് മുമ്പുള്ള മാനസിക പ്രക്രിയകളാണ്. എവിടെ, ഏതനുമിതിയായാലും ഇവ കൂടിയേ തീരൂ എന്നു വ്യക്തം.

അതിനാൽ ഏതനുമിതിയെടുത്താലും ഏതു സാധ്യം, ഏതു ഹേതു, ഏതു പക്ഷം എന്ന വ്യക്തമായ ധാരണയുണ്ടായാൽ മാത്രമേ ആ അനുമിതി യഥാർഥമാണോ (ശരിയാണോ) എന്നു പരിശോധിക്കുവാൻ സാധിക്കുകയുള്ളൂ.

ശരിയായ അനുമിതിയിൽ ഹേതുവിൻെറ മൂല്യഗണം സാധ്യത്തിൻെറ മൂല്യഗണത്തിൻെറ വ്യാപ്യമാകണം. അതായത്, ഹേതു സാധ്യത്തിൻെറ വ്യാപ്യമാകണം.

പക്ഷം, സപക്ഷം, വിപക്ഷം.

പക്ഷം

ഒരു പ്രത്യേക സ്ഥലത്ത് ഒരു പ്രത്യേക കാര്യമുണ്ടെന്ന് അനുമിക്കുന്ന സമയത്ത് ആ പ്രത്യേക സ്ഥലത്തിന് പക്ഷമെന്ന് പേർ.

ഉദാഹരണം:

പർവതത്തിൽ നിന്ന് ധൂമമുയരുന്നതുകൊണ്ട് പർവതത്തിൽ വഹ്നിയുണ്ടെന്ന് അനുമിക്കുന്നു. പർവതത്തിൽ വഹ്നിയുണ്ടെന്നാണ് അനുമിതി. അതിനാൽ ഇവിടെ പർവതമാണ് പക്ഷം. ഒരു കാര്യം വ്യക്തമായി ഓർക്കണം. അനുമിതിയിലെത്തിക്കഴിഞ്ഞാലെ പർവതത്തിൽ സാധ്യമായ വഹ്നിയുണ്ടെന്ന് കിട്ടുന്നുള്ളൂ. വഹ്നിയുണ്ടെന്ന് തീർച്ചയാകുന്നത് അനുമിതിക്ക് ശേഷം മാത്രമാണ്. അതിന് മുമ്പ് പർവതത്തിൽ ഉണ്ടോ ഇല്ലയോ എന്ന് സംശയമായിരുന്നു (സംശയമില്ലെങ്കിൽ, അതായത്, തീർച്ചയാണെങ്കിൽ പിന്നെ അനുമിതിയുടെ ആവശ്യമില്ലല്ലൊ). ചുരുക്കിപ്പറഞ്ഞാൽ, സാധ്യം ഉണ്ടോ ഇല്ലയോ എന്ന് സംശയമുള്ള സ്ഥലമാണ് പക്ഷം. "സന്ദിഗ്ധ സാധ്യവാൻ പക്ഷഃ" എന്നാണ് നൈയായികരുടെ നിർവചനം.

സപക്ഷം

ധൂമംകൊണ്ട് വഹ്നിയുണ്ടെന്ന് സാധിക്കുന്നിടത്ത് സാധ്യം വഹ്നിയാണല്ലോ. അതുണ്ടെന്ന് സംശയാതീതമായ വിധത്തിൽ തീർച്ചയുള്ള സ്ഥലങ്ങളുണ്ടാവാം. ഈ സ്ഥലങ്ങളെയാണ് സപക്ഷമെന്ന് പറയുന്നത്. വഹ്നിയുടെ കാര്യത്തിൽ ദേഹണ്ഡം നടക്കുന്ന അടുക്കള സപക്ഷമാണ്. അവിടെ വഹ്നിയുണ്ടെന്ന് തീർച്ചയാണല്ലോ.

"നിശ്ചിതസാധ്യവാൻ സപക്ഷഃ"

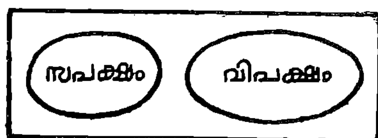
വിപക്ഷം

തീയുണ്ടോ, ഇല്ലയോ എന്ന് സംശയിച്ച് തീയുണ്ടെന്ന് സ്ഥാപിക്കുവാൻ ശ്രമിക്കുന്നിടത്ത്, തീയില്ലെന്ന് തീർച്ചയുള്ള സ്ഥലം വിപക്ഷം. കിണറിന്റെ അടിയിൽ തീയില്ലെന്ന് നിശ്ചയമാണ്. തീയിനെ സാധിക്കുന്ന അനുമിതിയിൽ കിണറിന്റെ അടി വിപക്ഷമാണ്.

"നിശ്ചിത സാധ്യാ ʃ ഭാവവാൻ വിപക്ഷഃ" എന്നു നിർവചനം.

സാധ്യമുണ്ടെന്ന് തീർച്ചയുള്ളയിടം സപക്ഷം. സ ധ്യ മില്ലെന്ന് തീർച്ചയുള്ളയിടം വിപക്ഷം. അതിനാൽ ൌ ൻ ചിത്രം വരക്കുമ്പോൾ സപക്ഷത്തെ കാണിക്കുന്ന സം ത

ചിത്രവും വിപക്ഷത്തെ കാണിക്കുന്ന സംവൃതചിത്രവും തമ്മിൽ ഖണ്ഡിക്കുകയില്ല.



സാഹചര്യ നിയമവും വ്യാപ്തി ജ്ഞാനവും

നമ്മുടെ ചിരകാലത്തെ അനുഭവങ്ങളിൽ നിന്ന് ചില സംഗതികൾ നിശ്ചിതങ്ങളായി തീർന്നിട്ടുണ്ടാവും. അനുഭവമെന്നു പറയുമ്പോൾ ഒരേ ഒരു വ്യക്തിയുടെ മാത്രമനുഭവമെന്നർഥമെടുക്കരുത്. ലോകത്തിലെ എല്ലാത്തിനേയും കുറിച്ച് ഒരേ ഒരു വ്യക്തിക്കുതന്നെ അനുഭവമുണ്ടാവുക സാധ്യമല്ലല്ലൊ. അനുഭവമെന്നു പറഞ്ഞത് മനുഷ്യരാശിയുടെ അനുഭവമെന്ന അർഥത്തിലാണ്. ഈ അനുഭവങ്ങൾ നേരിട്ട് പരീക്ഷണങ്ങൾ വഴിയായോ മററുതരത്തിൽ കിട്ടിയ സ്ഥിതി വിവരക്കണക്കുകൾ വഴിയായോ നേടിയെടുത്തവയാകാം. ഇനി ശിഷ്ടന്മാരായ മഹദ് വ്യക്തികൾക്കു മാത്രം അനുഭവപ്പെടുന്ന ചില സംഗതികളുണ്ട്. അങ്ങനെയുള്ള സംഗതികളെക്കുറിച്ച് ആ മഹാന്മാരുടെ വാക്കുകളെ നമുക്കംഗീകരിക്കേണ്ടിവരും. അങ്ങനെ സ്വന്തം അനുഭവങ്ങളിൽ നിന്നോ ശിഷ്ടന്മാരുടെ വചനങ്ങളിൽ നിന്നോ പരക്കെ അംഗീകരിക്കപ്പെടുന്ന നിശ്ചിതങ്ങളായ സംഗതികൾക്ക് സാഹചര്യ നിയമങ്ങളെന്നു പറയുന്നു.

ഉദാഹരണങ്ങൾ ;

(1) "എവിടെ എവിടെയെല്ലാം പുകയുണ്ടോ അവിടെ അവിടെയെല്ലാം തീയുണ്ടാകും."

ഇത് ഒരു സാഹചര്യ നിയമമാണ്. മനുഷ്യരാശിയുടെ ചിരകാലാനുഭവത്തിൽ നിന്ന് ഉരുത്തിരിഞ്ഞ് വന്നതാണിത്.

(2) "ചന്ദ്രഗ്രഹണമുണ്ടാകുന്ന ദിവസം വെളുത്തവാവായിരിക്കും" (അനുഭവം).

(3) "മനുഷ്യജീവിയാണെങ്കിൽ മരണമുണ്ടാകും" (അനുഭവം).

(4) "രണ്ടുകൊണ്ട് ബാക്കി കൂടാതെ ഹരിക്കപ്പെടാവുന്ന ഒരു സംഖ്യയാണെങ്കിൽ, അത് ഒരു പൂർണ സംഖ്യയായിരിക്കും"

(ഹരണത്തിൻേറയും പൂർണ സംഖ്യകളുടേയും ബീജഗണിത നിയമങ്ങളിൽ നിന്ന് ലഭിച്ചത്).

ഏത് ശാസ്ത്രത്തിലും അടിസ്ഥാനപരമായി കുറെ നിർവചനങ്ങളും ചോദ്യം ചെയ്യപ്പെടാത്ത ചില നിയമങ്ങളും ഉണ്ടാകുമെന്ന് നേരത്തെ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ടല്ലോ. അത്തരം നിയമങ്ങളെ അതാത് ശാസ്ത്രീയ ചിന്തകളിൽ സാഹചര്യ നിയമങ്ങളായിത്തന്നെ അംഗീകരിക്കണം.

ഉദാഹരണങ്ങൾ:

(1) പൂർണ സംഖ്യകളുടെ ഉൽപ്പത്തിയെ കുറിച്ചുണ്ടായ പഠനത്തിൽ ആധുനിക ഗണിതശാസ്ത്രം ഒരു നിയമം (axiom) അംഗീകരിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഏത് പൂർണസംഖ്യക്കും അനുയായിയായി മറ്റൊരു പൂർണസംഖ്യയുണ്ടായിരിക്കുമെന്നതാണീ നിയമം. ഇത് നവീന ഗണിത ശാസ്ത്രത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം സാഹചര്യ നിയമമാണ്. ഈ നിയമത്തെ അംഗീകരിക്കുന്നതുകൊണ്ടാണ് പൂർണസംഖ്യകൾ എത്രയുണ്ടെന്ന് കൃത്യമായി പറയുവാൻ സാധിക്കുകയില്ലെന്ന് ആധുനിക ഗണിത ശാസ്ത്രം പറയുന്നത്.

(2) ന്യായശാസ്ത്രത്തിൽ കാലത്തെ ''അതീതാദി വ്യവഹാര ഹേതു'' എന്ന് നിർവചിച്ച ഉടനെത്തന്നെ കാലം ഏകവും വിഭുവും നിത്യവുമാണെന്ന് പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഇത് സാഹചര്യ നിയമമായി അംഗീകരിക്കണം.

(3) ബലതന്ത്രത്തിൽ അനങ്ങാതിരിക്കുന്ന ഒരുവസ്തു ചലിക്കണമെങ്കിൽ ബലം (force) പ്രവർത്തിക്കണമെന്ന് പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. ഇത് axiom ആണ്. സാഹചര്യ നിയമം തന്നെ.

ഇനി ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രത്യേക ഘട്ടത്തിൽ, അഥവാ പരിതഃസ്ഥിതിയിൽ, അല്ലെങ്കിൽ സാഹചര്യത്തിൽ, അതുമല്ലെങ്കിൽ പരിഗണനയിൽ ചില സംഗതികൾ അംഗീകരിച്ചു കൊള്ളുവാൻ നാം നിർബന്ധിതരാകും. അത്തരം സംഗതികളേയും സാഹചര്യ നിയമങ്ങളായിത്തന്നെ കണക്കാക്കേണ്ടി വരും. നിയതമായ സാഹചര്യ നിയമമാണ് വ്യാപ്തി എന്ന് ന്യായശാസ്ത്രത്തിൽ പറയുന്നു. അതായത്, നിശ്ചിതമായ, ഒരിക്കലും പിഴക്കാത്ത അഥവാ ശരിയാണെന്നംഗീകരിക്കപ്പെട്ട സാഹചര്യമാണ് വ്യാപ്തി.

ഇത്തരമുള്ള വ്യാപ്തിയുടെ അറിവുണ്ടാകലാണ് വ്യാപ്തി ജ്ഞാനം. ഇതാണ് അനുമിതിയുടെ കരണമായ വ്യാപ്തി

ജ്ഞാനം. ഉദാഹരണങ്ങളായി മുകളിൽ കൊടുത്ത സാഹചര്യ നിയമങ്ങളെല്ലാം പ്രസ്താവനകളുടെ അനുവർത്തിത്വ രൂപത്തിൽ (implication) ഉള്ളവയാണ്. അങ്ങനെ അനുവർത്തിത്വ രൂപത്തിലുള്ള പ്രസ്താവനകൾക്കെല്ലാം തദനുയോജ്യങ്ങളായ ഗണങ്ങളെ ഘടിപ്പിക്കാം. ഈ ഗണങ്ങളുടെ വ്യാപ്യവ്യാപക ഭാവം (ഏത് ഏതിന്റെ ഉപഗണമാണെന്നുള്ളത്) അറിയുക എന്നതാണ് വ്യാപ്തി ജ്ഞാനം.

ഉദാഹരണം:

"പുകയുള്ളിടത്തെല്ലാം തീയുണ്ടാകും" എന്ന സാഹചര്യ നിയമമെടുക്കുക.

ഇവിടെ പുകയുണ്ട് എന്ന പ്രസ്താവന : p
ഇവിടെ തീയുണ്ട് എന്ന പ്രസ്താവന : q
p യുടെ അനുവർത്തിയാണ് q

p യെന്ന പ്രസ്താവനയുടെ മൂല്യഗണമാണ് P. q എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ മൂല്യ ഗണമാണ് Q.

p യുടെ അനുവർത്തിയാണ് q എന്നത് സാഹചര്യ നിയമം.

$P \subset Q$ എന്ന അറിവ് വ്യാപ്തി ജ്ഞാനം.

അനുമിതിക്ക വേണ്ടി വെൻ ചിത്രം വരക്കുമ്പോൾ ഇതിനനുസരിച്ചായിരിക്കണം. "സാധ്യാഭാവവദവൃത്തിത്വം" എന്ന് ന്യായശാസ്ത്രത്തിൽ പറയുന്നത് ഈ വ്യാപ്യവ്യാപക ഭാവം തന്നെയാണ്. ഈ വ്യാപ്തിക്ക ഭംഗം വരാതെ പക്ഷവുമായുള്ള സംബന്ധം അറിയുക എന്നതാണ് അനുമിതിയിലെ വ്യാപാരമായ പരാമർശം.

അന്വയവ്യതിരേകങ്ങൾ

"മനുഷ്യജീവിയാണെങ്കിൽ മരണമുണ്ട്" എന്ന സാഹചര്യ നിയമമെടുക്കുക.

ഇവിടെ മനുഷ്യജീവിയാണ് എന്ന പ്രസ്താവന : p
മരണമുണ്ട് എന്ന പ്രസ്താവന : q.
ഈ സാഹചര്യ നിയമം p അനുവർത്തി q

ഈ അനുവർത്തിത്വത്തിന് പകരം => എന്ന സംയോജക ചിഹ്നത്തിന്റെ മൂല്യപ്പട്ടിക കണക്കിലെടുത്താൽ മതിയെന്ന് നാം കണ്ടു.

1	2	3	4	5	6
p	q	$p \Rightarrow q$	~p	~q	$\sim q \Rightarrow \sim p$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1

മുകളിൽക്കൊടുത്ത മൂല്യപ്പട്ടികയിലെ 3 ഉം 6 ഉം കോളങ്ങളും ഒരുപോലെയാണ്. അതിനാൽ $p \Rightarrow q$ എന്നതും $\sim q \Rightarrow \sim p$ എന്നതും യുക്തിപരമായി തുല്യം ആണ്.

$p \Rightarrow q$

എന്നതിന് പകരം

$\sim q \Rightarrow$ എന്നെടുത്താൽ മതി.

$p \Rightarrow q$ എന്നത്

p ശരിയാണെങ്കിൽ q ശരിയാണ്.

ഇതിന് പകരം

$\sim q \Rightarrow \sim p$

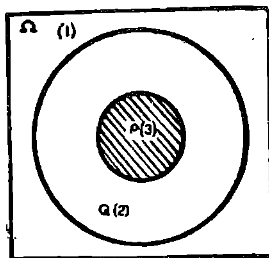
q ശരിയല്ലെങ്കിൽ p ശരിയല്ല.

പ്രസ്തുത ഉദാഹരണത്തിൽ മനുഷ്യ ജീവിയാണെങ്കിൽ മരണമുണ്ട് എന്നതും മരണമില്ലെങ്കിൽ മനുഷ്യ ജീവിയല്ല എന്നതും യുക്തിപരമായ തുല്യപ്രസ്താവനകളാണ്.

ഗണങ്ങളുടെ ആശയം ഉപയോഗിച്ച് ഈ സംഗതി പരിശോധിക്കാം.

$p \Rightarrow q$ എന്ന അനുമിതിയിൽ p, q എന്നിവയ്ക്ക് വരാവുന്ന യാഥാർഥ്യ മൂല്യങ്ങളുടെ എല്ലാ സാധ്യതകളും വരാവുന്ന മൂല്യ പ്പട്ടിക വരച്ച് അതിൽ $p \Rightarrow q$ ശരിയായി വരുന്ന സാധ്യത കളെല്ലാം ചേർന്ന ഗണത്തെ ധ എന്ന സമസ്ത ഗണമായെ ടുക്കുക. അപ്പോൾ p എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ മൂല്യഗണമായ P എന്നത് q എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ മൂല്യഗണമായ Q എന്ന തിന്റെ ഉപഗണമാകും.

$P \subset Q$ എന്ന വ്യാപ്തിയാണ് അന്വയ വ്യാപ്തി എന്നറിയപ്പെടുന്നത്.



ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന (1), (2), (3) എന്നീ വിവിധ ഭാഗങ്ങളെ പരിശോധിക്കുക.

ω = (1), (2), (3) ഈ ഭാഗങ്ങളെല്ലാം അടങ്ങിയ ഗണം.
P = (3) അടങ്ങിയ ഗണം.
Q = (2), (3), എന്നീ ഭാഗങ്ങളടങ്ങിയ ഗണം.
പൂരകഗണങ്ങൾ നോക്കുക.
Q′ = (1) ,,
P′ = (1), (2) ,,
അപ്പോൾ $Q' \subset P'$

Q′ എന്നത് വ്യാപ്യം, P′ എന്നത് വ്യാപകം. $\sim q \Rightarrow \sim p$ എന്നതാണ് $Q' \subset P'$. ഈ വ്യാപ്തിയാണ് വ്യതിരേക വ്യാപ്തി. അനുമിതിയിൽ അന്വയ വ്യാപ്തിയോ വ്യതിരേക വ്യാപ്തിയോ ഏതാണ് സൗകര്യം എന്ന് നോക്കി അതെടുത്താൽ മതി. ഇവ രണ്ടും യുക്തിപരമായി തുല്യം ആകയാൽ യുക്തിക്കു ഭംഗം വരികയില്ല.

ഇനി നമുക്ക് ശരിയായ അനുമിതിയുടെ ചില ഉദാഹരണങ്ങളെടുത്ത് ന്യായ ശാസ്ത്രപ്രകാരവും അതിന് ചേരുന്ന നവീന ഗണിത സമ്പ്രദായവും രണ്ടും പരിശോധിച്ചു നോക്കാം.

ശരിയായ അനുമിതി

ഉദാഹരണം 1

ഒരാൾ ഒരു പർവതത്തിൽ നിന്ന് പുക പൊങ്ങുന്നത് കാണുന്നു. അതുകൊണ്ട് പർവതത്തിൽ തീയുണ്ടെന്ന അനുമിതിയിലെത്തുന്നു.

ഇവിടെ ധൂമം : ഹേതു
പർവതം : പക്ഷം
അഗ്നി : സാധ്യം

അനുമിതി : പർവതത്തിൽ അഗ്നിയുണ്ട്.

സാഹചര്യനിയമം : എവിടെ എവിടെയെല്ലാം ധൂമമുണ്ടോ അവിടെ അവിടെയെല്ലാം അഗ്നിയുണ്ടാകും.

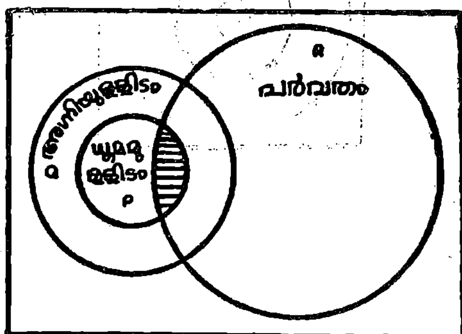
ധൂമമുള്ളയിടം : P
അഗ്നിയുള്ളയിടം : Q
$P \subset Q$ } വ്യാപ്തിജ്ഞാനം
പർവതമുള്ളയിടം R

പരാമർശം

വ്യാപ്തി വിശിഷ്ട പക്ഷ ധർമതാജ്ഞാനം.

അഗ്നിയുടെ വ്യാപ്യമായ ധൂമം പർവതത്തിലുണ്ട് എന്ന അറിവ്.

അതായത് $P \cap R$ എന്നത് ϕ അല്ല എന്ന അറിവ്.
ഇനി വെൻ ചിത്രമെടുക്കുക.
P– എന്നത് Q–ൻെറ ഉപഗണമാകണം.
P–ഉം R–ഉം തമ്മിലുള്ള സംഗമം ശൂന്യമല്ല.



ഈ ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് പർവതത്തെ കാണിക്കുന്ന R എന്നതും അഗ്നിയെ കാണിക്കുന്ന Q എന്നതും തമ്മിലുള്ള സംഗമം ശൂന്യമല്ല എന്ന് വ്യക്തം. അപ്പോൾ പർവതത്തിൽ അഗ്നിയുണ്ട് എന്ന അനുമിതി ശരിയാണ്.

ഉദാഹരണം 2

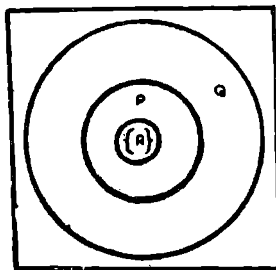
ഒരാൾ ഒരു ദിവസം ചന്ദ്രഗ്രഹണം കാണുന്നു. അതിൽ നിന്ന് ആ ദിവസം വെളുത്തവാവാണെന്ന അനുമിതിയിലെത്തുന്നു.

ഹേതു : ചന്ദ്രഗ്രഹണം.
സാധ്യം : വെളുത്തവാവ്.
പക്ഷം : പ്രസ്തുത ദിവസം.
സാഹചര്യനിയമം : ചന്ദ്രഗ്രഹണമുണ്ടാകുന്ന ദിവസം വെളുത്തവാവായിരിക്കും.

ചന്ദ്രഗ്രഹണമുണ്ടാകുന്ന ദിവസങ്ങൾ P.
വെളുത്ത വാവായ ദിവസങ്ങൾ Q.
പ്രസ്തുത ദിവസം R.

$P \subset Q$ എന്നത് വ്യാപ്തി ജ്ഞാനം.

പരാമർശം



$R \subset P$, $(R) \cap P \neq \phi$

വെൻചിത്രത്തിൽനിന്ന് $(R) \cap Q \neq \phi$

അതായത് പ്രസ്തുത ദിവസം വെളുത്ത വാവാണെന്ന അനുമിതി ശരിയാണ്.

ഉദാഹരണം 3

ഞാൻ കണക്കു ചെയ്യുന്നതിനിടയിൽ ഒരു സംഖ്യയെ രണ്ടുകൊണ്ട് ബാക്കി കൂടാതെ ഹരിക്കാമെന്ന് കാണുന്നു. ഉടനെ ആ സംഖ്യ ഒരു പൂർണ്ണ സംഖ്യയാണെന്ന അനുമിതിയിൽ ഞാനെത്തുന്നു.

രണ്ടുകൊണ്ട് ബാക്കികൂടാതെ ഹരിക്കാവുന്ന സംഖ്യകളുടെ ഗണം: P.

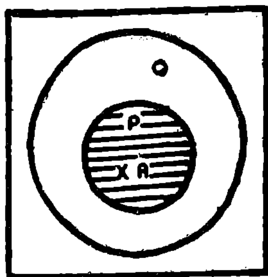
പൂർണ സംഖ്യകളുടെ ഗണം : Q

പ്രസ്തുത സംഖ്യ A എന്ന ബിന്ദു

സാഹചര്യനിയമം : രണ്ടുകൊണ്ട് ബാക്കി കൂടാതെ ഹരിക്കാവുന്നതാണെങ്കിൽ അതൊരു പൂർണ സംഖ്യയാകും.

വ്യാപ്തി ജ്ഞാനം $P \subset Q$ എന്ന അറിവ്.

പരാമർശം: A എന്ന ബിന്ദു P യിൽപ്പെടുന്നു,



വെൻ ചിത്രത്തിൽ A എന്ന ബിന്ദു Q-ൽ പെടുന്നു. അതായത് പ്രസ്തുത സംഖ്യ ഒരു പൂർണസംഖ്യയാണ് എന്ന അനുമിതി ശരിയാണ്.

ഉദാഹരണം 4

എല്ലാ മനുഷ്യരും ഉല്ക്കർഷേച്ഛുക്കളാണ്. ഉല്ക്കർഷേച്ഛയുള്ള ഓരോ ജീവിക്കും നിരാശ വന്നുകൂടും.

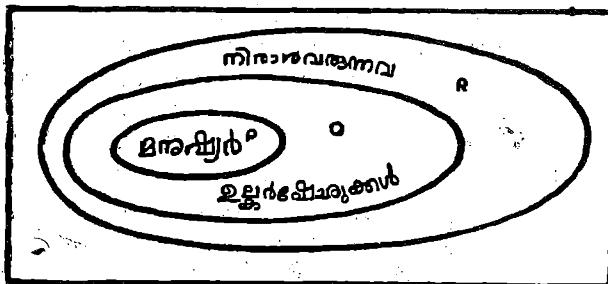
ഇവ രണ്ടിൽ നിന്നും എല്ലാ മനുഷ്യർക്കും നിരാശ വന്നു കൂടും എന്ന അനുമിതിയിൽ എത്തുന്നു.

ഇവിടെ എല്ലാ മനുഷ്യരും ഉല്ക്കർഷേച്ഛുക്കളാണെന്നും ഉല്ക്കർഷേച്ഛയുള്ള ഓരോരുത്തനും നിരാശ വന്നു കൂടുമെന്നും ഈ പ്രകൃതത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്നു. ഈ പ്രകൃതത്തിൽ ഇവയെ ചോദ്യം ചെയ്യേണ്ടതില്ല. പ്രസ്തുത അനുമിതിയെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം ഇവ രണ്ടും സാഹചര്യ നിയമങ്ങളാണെന്ന് കരുതാം.

മനുഷ്യരുടെ ഗണം P.

ഉല്ക്കർഷേച്ഛുക്കളായ ജീവികളുടെ ഗണം Q.

$P \subset Q$ എന്നത് വ്യാപ്തി ജ്ഞാനം.
നിരാശ വരുന്ന ജീവികളുടെ ഗണം R.
$Q \subset R$ എന്നത് വ്യാപ്തിജ്ഞാനം.



$P \subset R$ എന്നത് വെൻചിത്രത്തിൽ നിന്നും വ്യക്തമാണ്. അതിനാൽ എല്ലാ മനുഷ്യർക്കും നിരാശ വന്നു കൂടും എന്ന അനുമിതി ശരിയാണ്.

ഇവിടെ $P \subset Q$, $Q \subset R$ — ഈ രണ്ട് വ്യാപ്തികളും അറിയുന്നത് വ്യാപ്തി ജ്ഞാനം.

പക്ഷം : മനുഷ്യർ.

ചിത്രം നോക്കുമ്പോൾ സാധ്യമായ R എന്നതും പക്ഷമായ P എന്നതും തമ്മിലുള്ള സംയോഗം ശൂന്യമല്ലെന്നു കാണാം.

ശരിയായ അനുമിതി

ന്യായശാസ്ത്രം	നവീനഗണിതം
കരണം—അനുമാനം അതായത് വ്യാപ്തി ജ്ഞാനം	ഹേതുവിൻെറ ഗണം സാധ്യത്തിനു ചേരുന്ന ഗണത്തിൻെറ ഉപഗണമാകണം. വെൻ ചിത്രം അതിന്നനുസരിച്ചു വരയ്ക്കണം.
പരാമർശം വ്യാപ്തി വിശിഷ്ടപക്ഷധർമതാജ്ഞാനം—എവിടേയാണോ സാധ്യത്തെ സാധിക്കേണ്ടത് (അതായത് പക്ഷത്തിൽ) സാധ്യ	ഹേതുവിനെ കാണിക്കുന്ന ഗണവും പക്ഷത്തെകാണിക്കുന്ന ഗണവും തമ്മിലുള്ള സംഗമം ശൂന്യമല്ല എന്ന അറിവ്.

ത്തിൻെറ വ്യാപ്യമായ ഹേതു ഉണ്ടെന്ന അറിവ്.	ഹേതുവിൻെറ ഗണമായ P സാധ്യത്തിൻെറ ഗണം Q $P \subset Q$. പക്ഷത്തെ കാണിക്കുന്ന ഗണം R.
അനുമിതി	$P \cap R \neq \phi$ $P \subset Q$ എന്നതും $P - Q = \phi$ എന്നതും ഒന്നു തന്നെ.

ഹേതു സാധ്യത്തിൻെറ വ്യാപ്യമല്ലാതെ വന്നാൽ അതായത് $P - Q \neq \phi$ ആയാൽ ആ ഹേതുവിന് വ്യഭിചാരമുണ്ടെന്ന് പറയുന്നു.

○

5

ഹേത്വാഭാസങ്ങൾ

അനുമിതി ശരിയാകണമെങ്കിൽ അതിനുപയോഗപ്പെടുത്തുന്ന ഹേതു സാധ്യത്തിന്റെ വ്യാപ്യമാകണമെന്ന് നാം കണ്ടു. അങ്ങനെ അല്ലാതെ വന്നാൽ ആ ഹേതുവിന് വ്യഭിചാരമുണ്ടെന്ന് പറയുന്നു. അനുമിതി ശരിയ്ക്കും ഉണ്ടാകണമെങ്കിൽ, ഏതു പരിഗണനയിലും, സാധ്യത്തിന് യോജിച്ച വിധത്തിലാവണം ഹേതു തിരഞ്ഞെടുക്കുന്നത്. തിരഞ്ഞെടുക്കപ്പെടുന്ന ഹേതു ശരിയായില്ലെങ്കിൽ അത് ഹേതുവല്ല, ഹേത്വാഭാസമാണെന്ന് പറയുന്നു. ഒരു ഹേത്വാഭാസത്തിൽ നിന്നും ഉണ്ടാകുന്ന അനുമിതി തെററായിരിക്കും. അതിനാൽ ഹേതുവിന് ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ തകരാറു സംഭവിക്കാമെന്ന് പരിശോധിക്കുന്നത് യുക്തമായിരിക്കും. അതായത് ഹേത്വാഭാസങ്ങൾ ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ വരാമെന്ന് നോക്കുക ആവശ്യമാണ്. ന്യായശാസ്ത്രത്തിൽ ഒമ്പതു തരത്തിലുള്ള ഹേത്വാഭാസങ്ങളെ വിവരിച്ചിട്ടുണ്ട്. അവ ഓരോന്നായി എടുത്ത്, ഓരോന്നിന്റേയും പേരും ലക്ഷണവും ഉദാഹരണവും (ന്യായശാസ്ത്രപ്രകാരവും നവീന ഗണിതരീതിയിലും) താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

I സാധാരണ സവ്യഭിചാരൻ

ന്യായശാസ്ത്രത്തിലെ നിർവചനം:

"സാധ്യാഭാവവദ്വൃത്തി: സാധാരണ:
സവ്യഭിചാര:"

അതായത്, നമുക്ക് അനുമിതി വഴി സാധിച്ചു കിട്ടേണ്ടതായ സാധ്യം ഇല്ലാത്തിടത്തും കൂടി വർത്തിക്കുന്ന ഹേതു സാധാരണ സവ്യഭിചാരൻ എന്ന ദോഷത്തോടു കൂടിയതാണ്.

ഉദാഹരണം (1)

'പർവതോവഹ്നിമാൻ, അഭിധേയത്വാൽ'–അഭിധേയത്വം ഉള്ളതുകൊണ്ട് പർവ്വതത്തിൽ വഹ്നിയുണ്ട്.

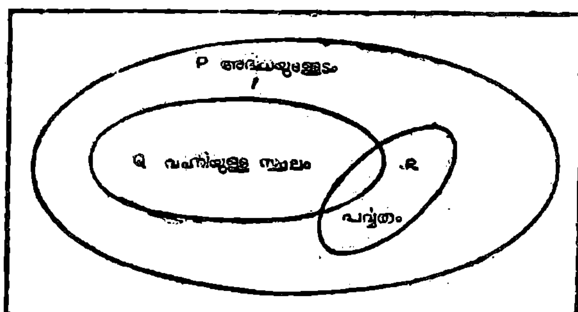
ഇവിടെ

ഹേതു : അഭിധേയത്വം
അതായത്, അഭിധകൊണ്ട് വ്യക്തമാക്കാവുന്നത്–
പേരുകൊണ്ട് വ്യക്തമാക്കാവുന്നത്.

സാധ്യം : വഹ്നി
പക്ഷം : പർവതം

സാധ്യമായ വഹ്നിയില്ലാത്ത കടലിലും അഭിധേയത്വ മുണ്ട്. സാധ്യാഭാവവദ്വൃത്തിത്വം ഹേതുവിനുണ്ട്.

അഭിധയുള്ളവയുടെ മൂല്യഗണം P
വഹ്നിയുള്ള സ്ഥലങ്ങളുടെ മൂല്യഗണം Q
പർവതത്തെ കാണിക്കുന്നത് R



സാധ്യമായ വഹ്നിയുള്ളിടത്തെ കാണിക്കുന്ന ചിത്രത്തിന് പുറത്തും ഹേതു വരുന്നു.

P ⊂ Q എന്നത് ശരിയല്ല.

വെൻചിത്രം എങ്ങനെയിരിക്കുമെന്ന് മുകളിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. (പേജ് 85–ൽ)

ഉദാഹരണം (2)

മഴപെയ്താൽ ഞാൻ കുടയെടുക്കും

അനുമിതി

ഞാൻ കുടയെടുത്തു

അതിനാൽ മഴയുണ്ട്.

ഇവിടെ സാഹചര്യ നിയമമായി തന്നിരിക്കുന്നത് "മഴയുള്ള സമയങ്ങളിലെല്ലാം ഞാൻ കുടയെടുക്കു"മെന്നതാണ്.

p: മഴ പെയ്യുന്നു.

അതിന്റെ മൂല്യഗണം P

q: കുടയെടുക്കുക.

ഇതിന്റെ മൂല്യഗണം Q

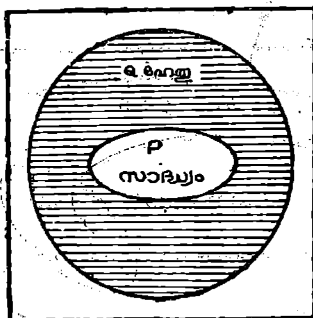
സാഹചര്യ നിയമം : $p => q$

അതായത് P ⊂ Q മഴയെ സാധിപ്പാനായി Q ഹേതുവായും P സാധ്യമായും എടുത്തിരിക്കുന്നു.

ഹേതു : ഞാൻ കുടയെടുത്തു q ഗണം Q

സാധ്യം : മഴ പെയ്യുന്നു p ഗണം P

സാഹചര്യ നിയമമനുസരിച്ച് വെൻചിത്രം വരക്കുമ്പോൾ P എന്നത് Q എന്നതിന്റെ ഉപഗണമാകണം. അനുമിതിക്കെടുത്ത ഹേതുവിന്റെ ഗണമായ Q സാധ്യമായ P യെന്ന ഗണമില്ലാത്തിടത്തും വർത്തിക്കാവുന്നതാണ് അതിനാൽ ഈ ഹേതു സാധാരണ സവ്യഭിചാരനാണ്.



ചിത്രം നോക്കുക. ഹേതുവിന് വ്യഭിചാരമുള്ളതുകൊണ്ട് ഈ അനുമിതി ശരിയല്ല.

ഉദാഹരണം (3)

എല്ലാ നരികളും ആപൽക്കാരികളാണ്. ആപൽക്കാരികളായ പലതും കേരളത്തിലുണ്ട്. അതിനാൽ കേരളത്തിൽ നരികളുണ്ട്. (അനുമിതി)

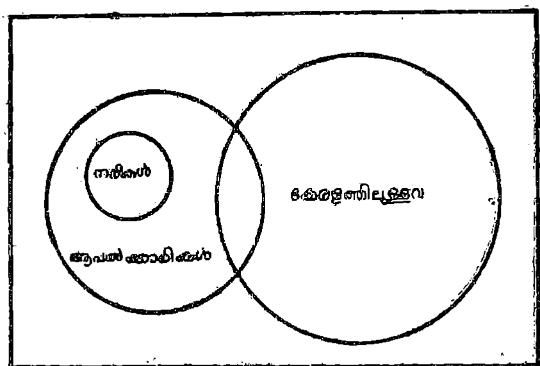
എല്ലാ നരികളും ആപൽക്കാരികളാണെന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു. പ്രസ്തുത അനുമിതിയെസംബന്ധിച്ചിടത്തോളം ഈ സംഗതിയെ ചോദ്യം ചെയ്യേണ്ട ആവശ്യമില്ല. സാഹചര്യ നിയമം മാതിരി ഇതിനെ കണക്കാക്കണം. ഈ വാക്യം തന്നെ മറ്റൊരു തരത്തിൽ എഴുതാം. "നരിയാണെങ്കിൽ, ആപൽക്കാരിയാണ്."

ഇത് => എന്ന സംയോജകംകൊണ്ട് യോജിപ്പിക്കപ്പെട്ട രണ്ടു പ്രസ്താവനകളാണ്.

ഗണങ്ങളുടെ ഭാഷയിൽ പറഞ്ഞാൽ നരികളെ കാണിക്കുന്ന ഗണം ആപൽക്കാരികളെ കാണിക്കുന്ന ഗണത്തിന്റെ ഉപഗണമാണ്. ഈ നിയമമനുസരിച്ചാണ് വെൻ ചിത്രം വരക്കുക.
ഹേതു : ആപൽക്കാരികളായ പലതും കേരളത്തിലുണ്ട്.

ആപൽക്കാരികളെ കാണിക്കുന്ന ഗണവും കേരളത്തിലുള്ളവയെ കാണിക്കുന്ന ഗണവും തമ്മിലുള്ള സംഗമം ശൂന്യമാകരുത്.

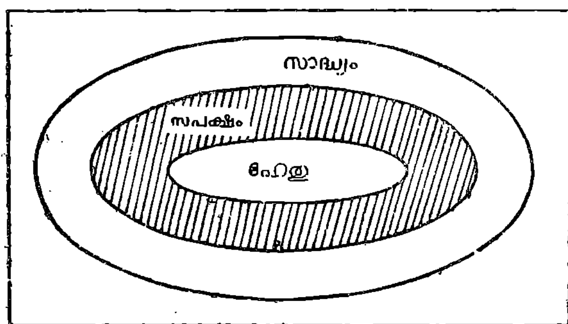
സാധ്യം : കേരളത്തിൽ നരികളുണ്ട്. അതായത് നരികളെ കാണിക്കുന്ന ഗണവും കേരളത്തിലുള്ളവയുടെ ഗണവും തമ്മിലുള്ള സംഗമം ശൂന്യമല്ല എന്ന് കിട്ടണം (അനുമിതി ശരിയാണെങ്കിൽ).



സാഹചര്യ നിയമവും ഹേതുവിന്റെ കിടപ്പും അനുസരിക്കുന്ന വെൻചിത്രമാണ് വരച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇവിടെ നരികളുടെ ഗണം കേരളത്തിലുള്ളവയുടെ ഗണത്തെ ഖണ്ഡിച്ചുകൊള്ളണമെന്നില്ല. അപ്പോൾ അനുമിതി ശരിയല്ല. ഹേതുവായ നരികളുടെ ഗണം സാധ്യമായ കേരളത്തിലുള്ളവയ്ക്കു പുറത്താണ്. സാധ്യാഭാവവദ്വൃത്തിത്വം എന്ന ലക്ഷണം ഇവിടെ യോജിക്കുന്നു. ഹേതു ദുഷ്ടമാണ്. സാധാരണ സവ്യഭിചാരനെന്ന ഹേത്വാഭാസമാണത്.

സപക്ഷവും ഹേതുവും

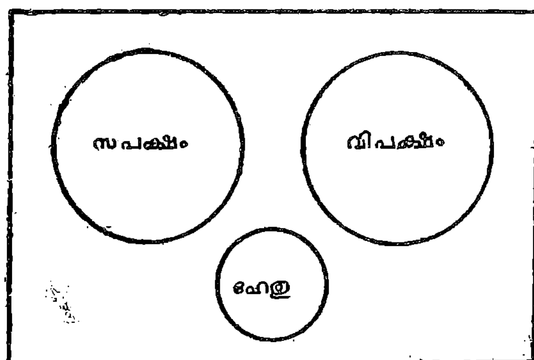
നിശ്ചിത സാധ്യവാൻ സപക്ഷഃ എന്നാണല്ലൊ നിർവചനം. സപക്ഷത്തിൽ സാധ്യമുണ്ടെന്ന് നിശ്ചയമുള്ളതിനാൽ, സാധ്യത്തെ കാണിക്കുന്ന ഗണത്തിന്റെ ഉപഗണമായിരിക്കും സപക്ഷത്തെ കാണിക്കുന്ന ഗണം. സപക്ഷത്തിൽ സാധ്യം തീർച്ചയായതുകൊണ്ട് സപക്ഷം ഹേതുവിനെ അനുവർത്തിക്കും. അപ്പോൾ ഹേതുവിന്റെ ഗണം സപക്ഷത്തിന്റെ ഗണത്തിന്റെ ഉപഗണമായിരിക്കണം. വെൻചിത്രം താഴെ കൊടുക്കുന്നു.



II അസാധാരണ സവ്യഭിചാരൻ

"സർവസപക്ഷവിപക്ഷ വ്യാവൃത്ത ഃ
അസാധാരണ ഃ"

ഹേതു സപക്ഷത്തിലും വിപക്ഷത്തിലും വരാതിരുന്നാൽ ആ ഹേതു അസാധാരണ സവ്യഭിചാരമെന്ന ദോഷത്തോടു കൂടിയതാണ്. സപക്ഷത്തിൽ വരാതിരുന്നാൽ തന്നെ ഹേതു സപക്ഷത്തിന്റെ ഉപഗണമല്ലെന്ന് തീർച്ചയായല്ലൊ. അപ്പോൾ ആ ഹേതു ദോഷത്തോടുകൂടിയതാണ്.



സാധ്യമുള്ളയിടം സപക്ഷവും സാധ്യമില്ലാത്തിടം വിപക്ഷവുമാകയാൽ ഈ രണ്ടു ഗണങ്ങളെ കാണിക്കുന്ന സംവൃത ചിത്രങ്ങൾ ഖണ്ഡിക്കയില്ല. ഇവയെ രണ്ടിനേയും ഹേതുവിനെ കാണിക്കുന്ന ചിത്രം ഖണ്ഡിക്കുന്നില്ലെങ്കിൽ അസാധാരണനായി.

ഉദാഹരണം (1)

'ശബ്ദം നിത്യം, ശബ്ദത്വാൽ'

ഈ ഉദാഹരണം ന്യായശാസ്ത്രത്തിൽ നിന്നാണ്.

ശബ്ദത്വമുള്ളതുകൊണ്ട്, ശബ്ദം നിത്യമാണ്.

ഇവിടെ

ഹേതു ; ശബ്ദത്വം

സാധ്യം ; നിത്യത്വം

ന്യായശാസ്ത്രത്തിലെ നിർവചനങ്ങളിൽ ഒമ്പത് ദ്രവ്യങ്ങളെക്കുറിച്ച് പറയുന്നിടത്ത് ആകാശം നിത്യമാണെന്ന് പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. അതനുസരിച്ച നോക്കുമ്പോൾ ആകാശത്തിൽ നിത്യത്വമെന്ന സാധ്യമുണ്ട് എന്നു തീർച്ച. ആകാശം സപക്ഷമാണ്. അവിടെ ഹേതുവായ ശബ്ദത്വമില്ല. ഘടം മുതലായവ അനിത്യങ്ങളാണ്. അവ വിപക്ഷമാണ്. അവിടേയും ഹേതുവായ ശബ്ദത്വമില്ല.

അതിനാൽ ഈ അനുമിതിയിൽ ശബ്ദത്വമെന്ന ഹേതു സപക്ഷവിപക്ഷ വ്യാവൃത്തനാണ്. ശബ്ദത്വംകൊണ്ട് നിത്യത്വത്തെ ഊഹിച്ചെടുക്കുന്നത് തെററാണ്. ശബ്ദത്വമെന്ന ഹേതു അസാധാരണ സവ്യഭിചാരനാണ്.

ഉദാഹരണം (2) (നവീന ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ നിന്ന്)

ഗുണനക്രിയ ക്രമവിനിമേയം (commutative) ആകയാൽ അത് അസോസിയേററീവ് (associative) ആണ്.
ഇവിടെ

ഹേതു ; ഗുണനക്രിയ ക്രമവിനിമേയം (commutative) ആണ്.

സാധ്യം ; ഗുണനക്രിയ അസോസിയേററീവ്(associative) ആണ്.

മാട്രിക്സുകളുടെ ഗുണനക്രിയ associative ആണ്. അതിനാൽ ഗുണനമുള്ള മാട്രിക്സുകൾ സപക്ഷമാണ്. രണ്ടു വെക്ടറുകളുടെ വെക്ടർ ഗുണനം associative അല്ല. അതിനാൽ ഈ ഗുണനക്രിയയുടെ കാര്യത്തിൽ വെക്ടറുകൾ വിപക്ഷമാണ്.

commutativity എന്ന ഹേതു രണ്ടിടത്തും ശരിയല്ല. commutativity എന്ന ഹേതു സപക്ഷ വിപക്ഷ വ്യാവൃത്തനാണ്. ഈ ഹേതു അസാധാരണ സവ്യഭിചാരനാണ്. commutativity എന്ന ഹേതുവിനെക്കൊണ്ട് associativity ഊഹിച്ചെടുക്കുന്നത് തെററാണ്.

ഉദാഹരണം (3)

സംസാരിക്കുവാൻ കഴിയുന്ന ജീവിയായതുകൊണ്ട് മനുഷ്യന് ഒററക്കുളമ്പാണ്.

ഇവിടെ

ഹേതു : സംസാരിക്കാനുള്ള കഴിവ്.
സാധ്യം : മനുഷ്യന് ഒററക്കുളമ്പാണ്.

ഒരു കുളമ്പ് മാത്രമാണ് കുതിരകൾക്ക്. കുതിരകളുടെ ഗണം സപക്ഷമാണ്. ഇവയ്ക്ക് സംസാരിക്കുവാനുള്ള കഴിവില്ല. അതിനാൽ ഹേതു സപക്ഷത്തിൽ വരുന്നില്ല.

പശുക്കൾക്ക് ഒരു കുളമ്പല്ല. പശുക്കളുടെ ഗണം വിപക്ഷമാണ്. ഇവയ്ക്കും സംസാരിക്കുവാനുള്ള കഴിവില്ല. അതിനാൽ ഹേതു വിപക്ഷത്തിൽ വരുന്നില്ല.

ഈ ഹേതു സപക്ഷ വിപക്ഷ വ്യാവൃത്തനാണ്. സംസാരിക്കാനുള്ള കഴിവ് നോക്കി ഒററക്കുളമ്പിൻെറ കാര്യം അനുമിക്കരുത്.

വ്യാപ്തിയെക്കുറിച്ച് ചില കാര്യങ്ങൾ

വ്യാപ്തി രണ്ടു തരത്തിലാകാമെന്ന് നേരത്തെ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്.

അനുവർത്തിത്വമുള്ള രണ്ട് പ്രസ്താവനകളെടുക്കുക.

p അനുവർത്തി q

p എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ മൂല്യഗണമായ P യുടേയും q എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ മൂല്യഗണമായ Q– ന്റേയും വ്യാപ്യവ്യാപകഭാവം നോക്കിയാണ് അന്വയവ്യാപ്തി, വ്യതിരേകവ്യാപ്തി എന്നിവ നിശ്ചയിക്കപ്പെടുന്നത്.

ചിലയിടങ്ങളിൽ അന്വയവ്യാപ്തി മാത്രമേ കിട്ടുകയുള്ളൂ. ഇവയ്ക്ക് കേവലാന്വയി എന്നു പറയുന്നു. മററു ചിലപ്പോൾ വ്യതിരേക വ്യാപ്തി മാത്രമേ കിട്ടുകയുള്ളൂ. അവ കേവലവ്യതിരേകി.

ഈ രണ്ട് വ്യാപ്തികളും ലഭിക്കാവുന്ന സന്ദർഭങ്ങളുണ്ട്. അവയ്ക്കു അന്വയവ്യതിരേകി എന്നു പേർ.

ഇനി മേൽപ്പറഞ്ഞ മൂന്ന് വ്യാപ്തികൾക്കും ഉദാഹരണങ്ങൾ കൊടുക്കുന്നു.

കേവലാന്വയി

"ഘടഃ അഭിധേയഃ പ്രമേയത്വാൽ"

ഈ ഉദാഹരണം തർക്കസംഗ്രഹത്തിൽ നിന്നാണ്.

പ്രമേയത്വം ഉള്ളതിനാൽ ഘടം പേരുകൊണ്ട് പറയപ്പെടാവുന്നതാണ്.

അതായത്,

അറിവിന്ന് വിഷയമായതുകൊണ്ട്, ഘടം പേരുകൊണ്ട് പറയപ്പെടാവുന്നതാണ്.

ഇവിടെ

p: അറിവിന്ന് വിഷയമാകുന്നു.

q: പേരുകൊണ്ട് പറയപ്പെടാവുന്നതാണ്.

p അനുവർത്തി q

ഇതാണ് അന്വയവ്യാപ്തി

ഇനി വ്യതിരേക വ്യാപ്തിക്ക് ~q അനുവർത്തി ~ϕ എന്നു കിട്ടണം.

~q എന്നത് ശബ്ദംകൊണ്ട് വ്യവഹരിക്കുവാൻ സാധിക്കാത്തത്.

അങ്ങനെയൊന്നില്ല.

അപ്പോൾ ~q എന്നതിന്റെ മൂല്യഗണം ശൂന്യമാണ്. ശൂന്യഗണത്തിൽ നിന്ന് വെൻചിത്രം വരച്ച് തുടങ്ങുക സാധ്യമല്ല. അതിനാൽ ഇവിടെ Q′ ⊂ P′ എന്ന വ്യതിരേക വ്യാപ്തി കിട്ടുകയില്ല. ഇത് കേവലാന്വയിക്ക് ഉദാഹരണമാണ്.

കേവലവ്യതിരേകി

ഉദാഹരണം

"പൃഥിവീ ഇതരേഭ്യോ ഭിദ്യതെ,
ഗന്ധവത്വാൽ"

ഗന്ധമുള്ളതുകൊണ്ട്, പൃഥിവി മററുള്ളവയിൽ നിന്ന് വേർതിരിഞ്ഞു നിൽക്കുന്നു.

ഇവിടെ ഹേതു : p : ഗന്ധമുണ്ട്.
സാധ്യം : q ; മററുള്ളവയിൽ നിന്ന് വേർതിരിഞ്ഞു നിൽക്കുന്നു.

തർക്കസംഗ്രഹ പ്രകാരം പൃഥിവിയുടെ ലക്ഷണമാണ് ഗന്ധവത്വം.

ഗന്ധമുണ്ട് എന്നതിൽ നിന്ന് പൃഥിവിയാണ് എന്നേ കിട്ടുന്നുള്ളൂ. ഇവിടെ പൃഥിവിയാണെന്നല്ല കിട്ടേണ്ടത്. അതിനാൽ ഗന്ധമുണ്ട് എന്നതിൽ നിന്ന് പൃഥിവി മററുള്ളവയിൽ നിന്ന് വേർതിരിഞ്ഞു നിൽക്കുന്നു എന്ന അന്വയ വ്യാപ്തി ലഭിക്കുകയില്ല.

ഇനി ഇതിന്റെ വ്യതിരേക വ്യാപ്തി നോക്കാം.
q: പൃഥിവി ഇതരങ്ങളിൽ നിന്ന് വ്യത്യസ്തയാണ്.
~q: പൃഥിവി ഇതരങ്ങളിൽ നിന്ന് വ്യത്യസ്തയല്ല എന്നർഥം.

പൃഥിവി ഇതരങ്ങളിൽ നിന്ന് വ്യത്യസ്തയല്ലെങ്കിൽ, ഗന്ധവത്വമില്ല എന്ന് പറയുവാൻ കഴിയും.

ഗന്ധവത്വമില്ല എന്നാൽ ~p
അതായത് ~qവിൽ നിന്ന് ~p ലഭിക്കുന്നു.

അങ്ങനെ ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ വ്യതിരേക വ്യാപ്തി മാത്രം ലഭിക്കുന്നു. ഇത് കേവല വ്യതിരേകിക്കുള്ള ഉദാഹരണമാണ്.

അന്വയവ്യതിരേകി

ഉദാഹരണം

ധൂമമുള്ളിടത്ത് വഹ്നിയുണ്ട്.

p: ധൂമമുണ്ട്.

q: വഹ്നിയുണ്ട്.

p അനുവർത്തി q

അതിനാൽ $P \Rightarrow q$

$P \subset Q$ (അന്വയവ്യാപ്തി).

$\sim q$: വഹ്നിയില്ല.

$\sim p$: ധൂമമില്ല.

വഹ്നിയില്ലെങ്കിൽ ധൂമവുമില്ല എന്നു വ്യക്തം

അതായത് $\sim q$ അനുവർത്തി $\sim p$

$\sim q \Rightarrow \sim p$

$Q' \subset P'$ (വ്യതിരേകവ്യാപ്തി)

വഹ്നിധൂമങ്ങളുടെ പരിഗണനയിൽ രണ്ടു വ്യാപ്തികളും കിട്ടുന്നുണ്ട്. അതിനാൽ ഇത് അന്വയവ്യതിരേകിക്കുള്ള ഉദാഹരണമാണ്.

അന്വയവ്യാപ്തിയും വ്യതിരേകവ്യാപ്തിയും യുക്തിപരമായി തുല്യം ആകയാൽ അനുമിതിക്ക് ഇതിലേതെങ്കിലും ഒരു വ്യാപ്തിജ്ഞാനമുണ്ടായാൽ മതി.

ഉദാഹരണങ്ങളെക്കുറിച്ച്

നാം ഒരു ശാസ്ത്രം പടുത്തുയർത്തിക്കൊണ്ടു വരുമ്പോൾ ക്രമത്തിൽ അടുക്കോടും ചിട്ടയോടും കൂടിയാണ് തത്വങ്ങൾ (theorems) നിരത്തിവയ്ക്കുക. ഒരു തത്വത്തെ അനുമിക്കുമ്പോൾ അതിന് മുമ്പുവരുന്ന ഏതു തത്വം വേണമെങ്കിലും ഉപയോഗിക്കാം. ഇവയെല്ലാം സാഹചര്യ നിയമങ്ങളാണ്. പ്രസ്തുത തത്വത്തിന് മുമ്പ് വരുന്ന തത്വങ്ങൾക്കെല്ലാം ഉദാഹരണങ്ങളുമുണ്ടാകും. മുമ്പു വന്നിട്ടുള്ള ഏതെങ്കിലും ഒരു തത്വത്തെ തന്നെ ഒരു ഉദാഹരണമായിട്ടെടുക്കാം. പ്രസ്തുത തത്വത്തെ അനുമിക്കുമ്പോൾ ആ തത്വം തന്നെയാണ് സാധ്യം. ഈ സാധ്യത്തിന്റെ അനുമിതിക്കുതകുന്ന ഉദാഹരണമൊന്നും കിട്ടുകയില്ലെങ്കിൽ അതിന് വേണ്ട തത്വങ്ങളൊന്നും നേരത്തെ വന്നിട്ടി

ല്ലെന്നർഥം. അതായത്, ഈ തത്വത്തിന്റെ അനുമിതിക്കു വേണ്ട സാഹചര്യ നിയമങ്ങളൊന്നുമില്ലെന്നും അതിനുവേണ്ട വ്യാപ്തി ജ്ഞാനമുണ്ടാവുകയില്ലെന്നും അനുമിതി തടയപ്പെട്ടു മെന്നും വരുന്നു. അങ്ങനെ അന്വയ വ്യാപ്തിക്കും വ്യതിരേക വ്യാപ്തിക്കും ഉദാഹരണങ്ങളൊന്നും കിട്ടുകയില്ലെങ്കിൽ വ്യാപ്തി ജ്ഞാനമുണ്ടാവുകയില്ല. അനുമിതിയുടെ കരണമില്ല. അനുമിതി തടയപ്പെടുന്നു.

III അനുപസംഹാരി

അന്വയവ്യാപ്തിക്കും വ്യതിരേക വ്യാപ്തിക്കും ദൃഷ്ടാന്തങ്ങളൊന്നും കിട്ടുകയില്ലെങ്കിൽ അങ്ങനെയുള്ള ഹേതു ശരിയായ അനുമിതിയെ തടയുന്നു. ഇത്തരം ഹേതു അനുപസംഹാരി എന്ന ഹേത്വാഭാസമാണ്.

ഒരു സംഗതി അനുമിക്കുമ്പോൾ അതിനെത്തന്നെ ഉപയോഗപ്പെടുത്തുകയോ, ദൃഷ്ടാന്തമായി പറയുകയോ ചെയ്യുന്നതു ശരിയല്ലല്ലൊ. നൈയായികരുടെ ഭാഷയിൽ പറഞ്ഞാൽ പക്ഷത്തെ ദൃഷ്ടാന്തമായി എടുക്കുന്നത് ശരിയല്ല. അപ്പോൾ സർവവും പക്ഷമായാൽ പക്ഷമല്ലാത്ത ദൃഷ്ടാന്തമൊന്നും കിട്ടുകയില്ല. അത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ അനുപസംഹാരിയെന്ന ദോഷം വന്നുകൂടുന്നു.

ഉദാഹരണം

"സർവമനിത്യം, പ്രമേയത്വാൽ"

പ്രമേയത്വം ഹേതുവായി സർവവും അനിത്യമാണ്.

അതായത്, അറിവിനു വിഷയമായതുകൊണ്ട് സർവവും അനിത്യമാണ് എന്ന്.

ഇവിടെ ഹേതു : പ്രമേയത്വം (അറിവിനു വിഷയമാകൽ)
സാധ്യം : അനിത്യത്വം
പക്ഷം : സർവം

ഇവിടെ എല്ലാം പക്ഷമാകയാൽ പക്ഷത്തിൽ നിന്നല്ലാതെ ഒരു ദൃഷ്ടാന്തം കാണിപ്പാൻ സാധിക്കുകയില്ല. ദൃഷ്ടാന്ത രാഹിത്യം ഉള്ളതുകൊണ്ട് ഈ ഹേതു അനുപസംഹാരിയെന്ന ഹേത്വാഭാസമാണ്. നൈയായികരുടെ മതപ്രകാരം അനുമിതിക്കു വരുന്ന തകരാറ് ഹേതുവിന്റെ ദോഷംകൊണ്ടാണ്. അനുപസംഹാരി ദുഷ്ട ഹേതുവാണ്.

IV വിരുദ്ധൻ

"സാധ്യാഭാവ വ്യാപ്തഃ വിരുദ്ധഃ"

ഏതാണോ സാധിക്കേണ്ടത്, അതില്ലാത്തിടത്തു മാത്രം വർത്തിക്കുന്ന ഹേതു വിരുദ്ധൻ എന്ന ഹേത്വാഭാസമാണ്.

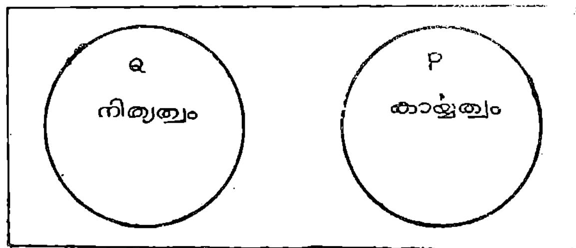
ഉദാഹരണം (1)

"ശബ്ദോനിത്യ:കാര്യത്വാൽ"
കാര്യത്വമുള്ളതുകൊണ്ട് ശബ്ദം നിത്യമാണ്.

ഇവിടെ ഹേതു: കാര്യത്വം
സാധ്യം : നിത്യത്വം
പക്ഷം : ശബ്ദം

കാര്യമെന്ന് പറഞ്ഞാൽത്തന്നെ അത് എപ്പോഴെങ്കിലും ഉണ്ടാകുന്നതാണെന്ന് നേരത്തെ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. നിത്യമല്ല, എന്തെന്നാൽ നിത്യമായതിന് ഉണ്ടാകലോ നശിക്കലോ ഇല്ലല്ലൊ. അതിനാൽ കാര്യത്വം എന്ന ഹേതു നിത്യത്വത്തിൽ ഒരിക്കലും വരില്ല. ഈ ഹേതു സാധ്യമായ നിത്യത്വമില്ലാത്തിടത്തു മാത്രം വർത്തിക്കുന്നു. വിരുദ്ധനാണ്.

വെൻചിത്രത്തിൽ



ഉദാഹരണം (2)

സൂര്യനുദിച്ചു കാണുന്നതുകൊണ്ട് ഇപ്പോൾ രാത്രിയാണ്.

സൂര്യനുദിക്കുക എന്ന ഹേതു സാധ്യമായ രാത്രിയിൽ വരികയില്ല. അതിനാൽ ഈ ഹേതു വിരുദ്ധനാണ്.

ഉദാഹരണം (3)

ഒരു പൂർണ്ണ സംഖ്യ 7 എന്ന അക്കത്തിൽ അവസാനിക്കുന്നതുകൊണ്ട് ആ സംഖ്യ ഒരു പൂർണ്ണസംഖ്യയുടെ വർഗമാണ്.

പൂർണ സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളൊന്നും തന്നെ 7-ൽ അവസാനി ക്കുകയില്ല. അപ്പോൾ സാധ്യമായ വർഗമെന്നുള്ളിടത്ത് 7-ൽ അവസാനിക്കുന്നു എന്ന ഹേതു വരികയില്ല. അതായത് ഈ ഹേതു സാധ്യാഭാവത്തിൽ മാത്രം വർത്തിക്കുന്നു. ഈ ഹേതു വിരുദ്ധനാണ്.

V സൽപ്രതിപക്ഷൻ

"യസ്യസാധ്യാഭാവസാധകം
ഹേത്വന്തരം വിദ്യതെ"

ഒരു ഹേതുവിനെക്കൊണ്ട് ഒരു പ്രത്യേക സംഗതി സാധി ക്കുവാൻ ശ്രമിക്കുമ്പോൾ പ്രസ്തുത സാധ്യം ഇല്ലെന്ന് സ്ഥാപി ക്കുന്ന മറ്റൊരു ഹേതു ഉണ്ടെങ്കിൽ ആദ്യം പറഞ്ഞ ഹേതു സൽപ്രതിപക്ഷനെന്ന ഹേത്വാഭാസമാണ്.

ഉദാഹരണം (1)

"ശബ്ദോ നിത്യ:, ശ്രാവണത്വാൽ"
ഹേത്വന്തരം: ശബ്ദോ ∫ നിത്യഃ കാര്യത്വാൽ
ശ്രാവണത്വം ഉള്ളതുകൊണ്ട്, ശബ്ദം നിത്യമാണ്.
അതായത്, കേൾക്കുവാൻ കഴിയുന്ന ഒന്നാകയാൽ ശബ്ദം നിത്യമാണ്.

ഇവിടെ

ഹേതു : കേൾക്കുവാൻ കഴിയുന്നതാണ്.
സാധ്യം : നിത്യമാണ്.
പക്ഷം ; ശബ്ദം.

ഈ ഹേതു ഉപയോഗിച്ച് ശബ്ദം നിത്യമാണെന്ന് സാധിക്കുവാൻ ശ്രമിക്കുന്നു എന്നു വയ്ക്കുക.

അപ്പോഴാണ്, കാര്യത്വമുള്ളതുകൊണ്ട്, ശബ്ദം അനിത്യ മാണ് എന്നതു വരുന്നത്.

സാധ്യമായ നിത്യത്വം ഇല്ലായ്മയാണ് അനിത്യത്വം.
ഹേത്വന്തരം; കാര്യത്വം

കാര്യത്വമുള്ളതുകൊണ്ട് (അതായത് കാര്യമായതുകൊണ്ട്) രണ്ടാമതു പറഞ്ഞ ഹേതു കാര്യമാണെന്നുള്ളത്. കാര്യത്തിൻെറ നിർവചന പ്രകാരം അത് ഉണ്ടാകുന്നതാണ്. അതിനാൽ നിത്യമല്ല. രണ്ടാമതു പറഞ്ഞ കാര്യത്വം എന്ന ഹേതുവിനെ ക്കൊണ്ട് നിത്യത്വത്തിൻെറ ഇല്ലായ്മയെ സാധിക്കുന്നു.

ഇങ്ങനെ സാധ്യത്തിന്റെ ഇല്ലായ്മയെ സാധിക്കുന്ന മറ്റൊരു ഹേതു ലഭിച്ചതുകൊണ്ട് ആദ്യം പറഞ്ഞ ശ്രാവണത്വം എന്ന ഹേതു സൽപ്രതിപക്ഷനാണ്.

ഉദാഹരണം (2)

ഒരാൾ പകൽ സമയത്ത് ആകാശത്തിൽ ചന്ദ്രബിംബം കാണുന്നു.

ചന്ദ്രനെക്കാണുന്നതുകൊണ്ട്, ആ സമയം രാത്രിയാണെന്നു സാധിക്കുന്നു.

ഇവിടെ ഹേതു : ചന്ദ്രനെക്കാണൽ
സാധ്യം : പ്രസ്തുത സമയം രാത്രിയാണ്.

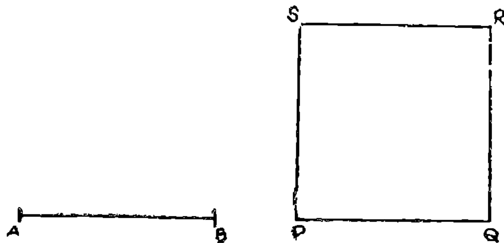
ഈ സന്ദർഭത്തിൽ മറ്റൊരാൾ പറയുകയാണ്. ഇതേ സമയത്തുതന്നെ ആകാശത്തിൽ സൂര്യനെ കാണുന്നുണ്ട്. അതിനാൽ ഇപ്പോൾ രാത്രിയല്ല എന്ന്.

സൂര്യനെ കാണുന്നു എന്ന മറ്റൊരു ഹേതു ഇതിനെക്കൊണ്ട് രാത്രിയാണെന്ന സാധ്യത്തിന്റെ അഭാവത്തെ സാധിക്കുന്നു.

അതിനാൽ, ആദ്യത്തെ ആൾ പറഞ്ഞ ചന്ദ്രനെക്കാണുന്നു എന്ന ഹേതു സൽപ്രതിപക്ഷനാണ്.

ഉദാഹരണം (3)

കൂടുതൽ സ്ഥലത്തു വ്യാപിച്ചു കിടക്കുന്നതുകൊണ്ട് ഒരു മുഴം നീളമുള്ള ഒരു രേഖയിലുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ എണ്ണവും ഒരു മുഴം സമചതുരത്തിനകത്തുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ എണ്ണവും തുല്യമല്ല.



ഇവിടെ
സാധ്യം : സമചതുരത്തിനകത്തുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ എണ്ണവും രേഖയിലുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ എണ്ണവും തുല്യമല്ല.
ഒന്നാമത്തെ ഹേതു; കൂടുതൽ സ്ഥലത്തു വ്യാപിച്ചു കിടക്കുക.
മറ്റൊരു ഹേതു; രേഖയിലുള്ള ബിന്ദുക്കളേയും സമചതുരത്തി

നകത്തുള്ള ബിന്ദുക്കളേയും ഒന്നിനൊന്ന പൊരുത്തപ്പെടുത്തുവാൻ കഴിയും, ഉപരിഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ ഇതു തെളിയിക്കപ്പെട്ടിട്ടുണ്ട്. ഒന്നിനൊന്ന് പൊരുത്തപ്പെടുത്തുവാൻ കഴിയുന്നതുകൊണ്ട് രേഖയിലുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ എണ്ണവും സമചതുരത്തിനകത്തെ ബിന്ദുക്കളുടെ എണ്ണവും തുല്യമാകുന്നു എന്നാണ് സ്ഥാപിക്കപ്പെടുന്നത്. അപ്പോൾ ഒന്നാം ഹേതു സൽപ്രതിപക്ഷനാണ്.

VI ആശ്രയാസിദ്ധൻ

സാധാരണ അനുമിതിയിൽ ഹേതുവിനെക്കൊണ്ട് പക്ഷത്തിൽ സാധ്യത്തെ സാധിക്കുകയാണല്ലൊ ചെയ്യുന്നത്.

സാധ്യമുണ്ടെന്നു തീർച്ചയുള്ളിടം സപക്ഷം. സാധ്യമില്ലെന്ന് നിശ്ചയമുള്ളിടം വിപക്ഷം. സാധ്യമുണ്ടോ ഇല്ലയോ എന്നു സംശയിച്ച് അനുമിതിയുടെ സഹായത്താൽ ഉണ്ടെന്ന്സ്ഥാപിക്കുന്ന ഇടം പക്ഷം.

പക്ഷത്തെ ലഭിക്കുക തന്നെയില്ല എന്നു വരാം. അത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ഹേതുവിന് ആശ്രയാസിദ്ധത്വമെന്ന ദോഷമുണ്ടെന്ന് പറയുന്നു.

ഉദാഹരണം (1)

"ഗഗനാരവിന്ദം സുരഭി"

ആകാശത്താമരക്ക് നല്ല മണമുണ്ട്.

ഇവിടെ ആകാശത്താമരയിലാണ് നല്ല മണമുണ്ടെന്നു സ്ഥാപിക്കേണ്ടത്.

പക്ഷം : ആകാശത്താമര

ആകാശത്തിലെ താമര എന്നത് തീരെ ലഭിക്കാത്തതാണ്.

പക്ഷം കിട്ടുകയില്ല.

അതിനാൽ ഈ അനുമിതിക്ക് ഉപയോഗിക്കുന്ന ഹേതു ആശ്രയാസിദ്ധനാണ്.

ഉദാഹരണം (2)

അനന്തമായ ഒരു സംഖ്യയെ 2 കൊണ്ട് ബാക്കി കൂടാതെ ഹരിക്കാം.

സാധ്യം; 2 കൊണ്ട് ബാക്കി കൂടാതെ ഹരിക്കാം.

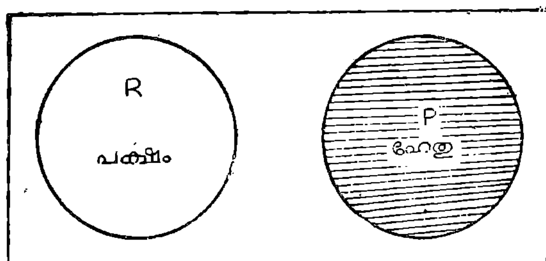
പക്ഷം; അനന്തമായ ഒരു സംഖ്യ

അനന്തമായ ഒരു സംഖ്യയെ ആർക്കും കിട്ടുകയില്ല. കിട്ടിയാൽ ആ സംഖ്യ അനന്തമല്ലെന്നർഥം. അപ്പോൾ അനന്തമായ ഒരു സംഖ്യ എന്ന പക്ഷം കിട്ടുകയില്ല. ഈ അനുമിതിയ്ക്കു പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ഹേതു ആശ്രയാസിദ്ധനാണ്.

VII സ്വരൂപാസിദ്ധൻ

ഹേതു പക്ഷത്തിൽ വരായ്ക.

ശരിയായ അനുമിതിക്ക് ഹേതു പക്ഷത്തിൽ വരണം. അതായത് (ഹേതുവിനെ കാണിക്കുന്ന ഗണം) '$\cap$' (പക്ഷത്തെ കാണിക്കുന്ന ഗണം) '$\neq \phi$' എന്നു നേരത്തെ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. ഈ നിബന്ധനക്കു ഭംഗം വന്നാൽ അനുമിതിക്കു തെറ്റു പററും. അപ്രകാരമുള്ള ഹേതുവിന് സ്വരൂപാസിദ്ധൻ എന്നു പറയുന്നു.



$R \cap P = \phi$

ഉദാഹരണം (1)

"ശബ്ദോ ഗുണഃ, ചാക്ഷുഷത്വാൽ".

ഹേതു : ചാക്ഷുഷത്വം

അതായത് കണ്ണുകൊണ്ട് കാണാൻ കഴിയുക എന്നത്.

പക്ഷം : ശബ്ദം

സാധ്യം ; ഗുണമാണ് എന്ന്.

ശബ്ദത്തെ കാണുവാൻ കഴിയില്ല. അതിനാൽ കണ്ണുകൊണ്ട് കാണാൻ കഴിയുക എന്ന ഹേതു ശബ്ദമെന്ന പക്ഷത്തിൽ വരികയില്ല.

അതിനാൽ ചാക്ഷുഷത്വം എന്ന ഹേതു പ്രകൃതത്തിൽ സ്വരൂപാസിദ്ധനാണ്.

ഉദാഹരണം (2)

ഋണ സംഖ്യകളാകയാൽ

1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള പൂർണസംഖ്യകളുടെ ഗണം അനന്തഗണമല്ല.

ഹേതു : ഋണസംഖ്യകളാണ്.
പക്ഷം : 1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള പൂർണസംഖ്യകളുടെ ഗണം.
സാധ്യം: ഈ ഗണം അനന്തമല്ല.

ഇവിടെ ഋണസംഖ്യകളാണെന്നുള്ള ഹേതു 1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള പൂർണ സംഖ്യകളുടെ ഗണത്തിൽ വരികയില്ല. അതിനാൽ ഈ ഹേതു സ്വരൂപാസിദ്ധനാണ്.

ഉപാധി (നിർവചനം)

"സാധ്യവ്യാപകത്വേ സതി
സാധനാ ഽ വ്യാപകഃ ഉപാധിഃ"

ഒരു അനുമിതിയിലെ സാധ്യത്തിൻെറ വ്യാപകമാവുകയും അതേസമയം ഹേതുവിൻെറ വ്യാപകമാകാതിരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നത് ഉപാധി.

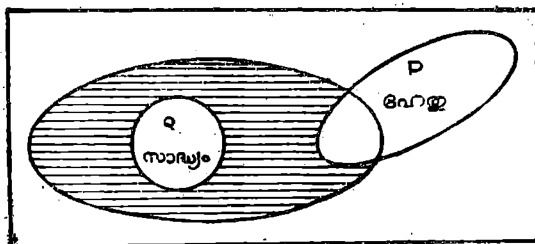
P: സാധനം അഥവാ ഹേതു.
Q: സാധ്യം.
S: ഉപാധി.

ഉപാധി സാധ്യത്തിൻെറ വ്യാപകമാകണം.

അതായത് $S \supset Q$ (1)
സാധനാ ഽ വ്യാപകത്വം $S \not\supset P$ (2)

(1) $Q \subset S$, Q എന്നത് S ൻെറ ഉപഗണമാകണം.
(2) $P \not\subset S$, P എന്നത് 'S' ൻെറ ഉപഗണമാകരുത്.

ചിത്രത്തിൽ വലിയ ദീർഘവൃത്തം 'S' (ഉപാധി) ആണ്.



VIII വ്യാപ്യത്വാസിദ്ധൻ

"സോപാധികോഹേതുർവ്യാപ്യത്വാസിദ്ധഃ"
ഉപാധിയോടു കൂടിയ ഹേതുവിന് വ്യാപ്യത്വാസിദ്ധനെന്നു പേർ.

മേൽക്കാണിച്ച ചിത്രം നോക്കുക.

P: ഹേതു.

Q: സാധ്യം.

S: ഉപാധി.

P എന്ന ഹേതു Q എന്ന സാധ്യത്തിന്റെ ഉപഗണമാവുകയില്ല. വ്യാപ്തിക്കു തകരാറു സംഭവിക്കുന്നു. ഇത്തരം ഹേതു ദുഷ്ടമാണ്. ഇതാണ് വ്യാപ്യത്വാസിദ്ധനെന്ന ഹേത്വാഭാസം.

ഉദാഹരണം (1)

"പർവതോധൂമവാൻ, വഹ്നേ ഃ"

തീയുള്ളതുകൊണ്ട്, പർവ്വതത്തിൽ പുകയുണ്ട്.

ഇവിടെ ഹേതു : തീയുണ്ട്.

സാധ്യം : പുകയുണ്ട്.

തീയുണ്ടായാൽ പുകയുണ്ടാകണമെന്നില്ല. തീയുണ്ടാവുകയും നനവു തട്ടുകയും കൂടിവേണം പുകയുണ്ടാവാൻ.

നനവുതട്ടുക എന്ന ഉപാധിയോടു കൂടിയാൽ മാത്രമേ ഈ ഹേതുവിൽ നിന്ന് സാധ്യത്തെ അനുമിക്കുവാൻ കഴിയുകയുള്ളൂ. ഇവിടെ പുകയുള്ളിടത്തെല്ലാം നനവുതട്ടിയിട്ടുണ്ടാകും.

സാധ്യമായ പുകയുള്ളിടത്തിന്റെ വ്യാപകമാണ് നനവുള്ളയിടം. ഹേതുവായ തീയുള്ള ദിക്കിലെല്ലാം നനവ് തട്ടിയിരിക്കണമെന്നില്ല. സാധ്യവ്യാപകത്വേ സതി സാധനാ ∫ വ്യാപകത്വം എന്ന ലക്ഷണം നനവുതട്ടുന്നിടത്തിന് യോജിക്കുന്നു. അതിനാൽ നനവുതട്ടുക എന്നത് ഉപാധി. ഈ ഉപാധിയോടു കൂടിയാൽ മാത്രമേ ഹേതുവിൽ നിന്ന് സാധ്യം ലഭിക്കുകയുള്ളൂ. അതില്ലാതെ, വെറും തീയുണ്ട് എന്നതു മാത്രം ഹേതുവായിട്ടെടുത്താൽ അതിൽ നിന്ന് അനുമിതിയുണ്ടാവുകയില്ല. തീയുണ്ട് എന്ന ഹേതു പുകയുണ്ട് എന്ന് സാധിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ വ്യാപ്യത്വാസിദ്ധനാണ്.

ഉദാഹരണം (2)

ചതുര മാട്രിക്സ് ആണെങ്കിൽ അതിന് inverse ഉണ്ട്. ഇവിടെ ചതുരമാട്രിക്സ് ആവുക എന്ന ഹേതു സോപാധികനാണ്. വെറുതെ ചതുര മാട്രിക്സ് ആയാൽ മാത്രം പോരാ inverse കിട്ടാൻ, ആ മാട്രിക്സ് non singular ആവുക കൂടി

വേണം. non - singular ആവുക എന്നത് ഉപാധി. ഈ ഉപാധിയോടു കൂടിയാലെ ചതുരമാട്രിക്സ് ആവുക എന്ന ഹേതുവിൽ നിന്ന് inverse ഉണ്ടെന്ന അനുമിതിയുണ്ടാവുകയുള്ളൂ. അതിനാൽ ചതുരമാട്രിക്സ് ആവുക എന്ന ഹേതു വ്യാപ്യത്വാസിദ്ധനാണ്.

ഉദാഹരണം (3)

രണ്ടു കോണുകൾ തുല്യങ്ങളായി വന്നാൽ രണ്ട് ത്രികോണങ്ങൾ സർവസമങ്ങളാണ്.

ഹേതു : ഒരു ത്രികോണത്തിൻെറ രണ്ടു കോണുകൾ മറേറ ത്രികോണത്തിൻെറ രണ്ടു കോണുകൾക്ക് തുല്യങ്ങളാണ്.

സാധ്യം: രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളും സർവസമങ്ങളാണ്.

രണ്ട് കോണുകൾ തുല്യങ്ങളായാൽ മാത്രം പോരാ, ഒരു ത്രികോണത്തിൻെറ ഒരു വശം മറേറ ത്രികോണത്തിൻെറ ഒരു വശത്തിന് തുല്യമാവുക കൂടി വേണം. എന്നാലേ സർവസമമാവുകയുള്ളൂ.

ഇവിടെ ഒരു ത്രികോണത്തിൻെറ ഒരു വശം മറേറ ത്രികോണത്തിൻെറ ഒരു വശത്തിന് സമമാകണമെന്ന ഉപാധി കൂടിവേണം.

അതിനാൽ ആദ്യം പറഞ്ഞ ഹേതു സോപാധികനാണ്. അതിനാൽ അത് വ്യാപ്യത്വാസിദ്ധനെന്ന ഹേത്വാഭാസമാണ്.

ix ബാധിതൻ

"യസ്യസാധ്യാഭാവഃ പ്രമാണാ-
ന്തരേണനിശ്ചിതഃ സബാധിതഃ"

സാധ്യത്തിൻെറ അഭാവം മറെറാരു പ്രമാണം (ഹേതുവല്ല) കൊണ്ട് നിശ്ചിതമാണെങ്കിൽ പ്രസ്തുത സന്ദർഭത്തിൽ എടുത്തിട്ടുള്ള ഹേതു ബാധിതനാണെന്ന് പറയുന്നു.

ഉദാഹരണം (1)

"വഹ്നിരനുഷ്ണഃ, പദാർഥത്വാൽ"
പദാർഥമാവുകകൊണ്ട്, തീയിന്നു ചൂടില്ല.

ഇവിടെ ഹേതു : പദാർഥമാവുക.
സാധ്യം : ചൂടില്ലായ്മ

തീയിന്നു ചൂടുണ്ടെന്നുള്ളത് സ്പർശംകൊണ്ട് നിശ്ചിതമാണ്. അപ്പോൾ ചൂടില്ലായ്മ എന്ന സാധ്യത്തിന്റെ അഭാവം അനുഭവം കൊണ്ട് നിശ്ചയിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ളതാണ്.

തീയിന്നു ചൂടില്ല എന്ന് അനുമാനിക്കുവാൻ എടുത്ത പദാർഥമാവുക എന്ന ഹേതു ബാധിതനാണ്.

ഉദാഹരണം (2)

$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\ldots$ ഇങ്ങനെ അനന്തമായി എഴുതിക്കൊണ്ടേയിരിക്കുക. എന്നിട്ട് ഇവയെല്ലാം കൂടി കൂട്ടിയാൽ എന്ത് സംഭവിക്കുമെന്ന് നോക്കാം. ഇവിടെ ഓരോ സംഖ്യക്കും ഓരോ പദം എന്ന് പേർ. n^{th} പദത്തിന്റെ ലിമിററ് ശൂന്യമാണ്.

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots\ldots$$

$$\lim_{n\to\infty} U_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$$

ഈ ശ്രേണി (series) convergent ആണ് എന്ന് സാധിക്കുവാൻ $\lim_{n\to\infty} U_n = 0$ എന്ന ഹേതു എടുക്കുന്നു എങ്കിൽ ആ ഹേതു ദുഷ്ടമാണ്. എന്തെന്നാൽ $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots\ldots$ എന്നത് convergent അല്ല എന്നതിന് ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ മറെറാരു പ്രമാണം കൊണ്ട് നേരത്തെ തെളിയിച്ചിട്ടുള്ളതാണ്. അതിനാൽ $\lim_{n\to\infty} U_n = 0$ എന്ന ഹേതു ബാധിതനാണ്.

6

പ്രതീക ന്യായവാദം

പ്രതീകന്യായവാദം (symbolic logic) ഏതാനും ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ വിശദീകരിക്കാം.

ഉദാഹരണം (i)

മഴ പെയ്താൽ അയാാം കുടയെടുക്കും. അതിൻെറ തുണി നന്നെങ്കിൽ.

മഴപെയ്തു പക്ഷെ, തുണിനന്നല്ല അതുകൊണ്ട് അയാാം കുടയെടുത്തില്ല.

പ്രതീക ന്യായവാദത്തിൽ ഈ അനുമിതി ശരിയാണോ തെററാണോ എന്ന് നിശ്ചയിക്കുന്ന വിധം താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

p: മഴ പെയ്യുന്നു
q: കുടയെടുക്കുന്നു.
r: തുണി നന്ന്.

മഴ പെയ്താൽ അയാാം കുടയെടുക്കും $p \Rightarrow q$

അതിൻെറ തുണി നന്നെങ്കിൽ, മഴപെയ്താൽ കുടയെടുക്കും } $r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

മഴപെയ്തു പക്ഷെ, തുണി നന്നല്ല $p \wedge \sim r$

ഇത് രണ്ടും കൂടി

$r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$, $p \wedge \sim r$

അനുമിതി കുടയെടുത്തില്ല $\sim q$

മൂന്ന് പ്രസ്താവനകളാണിവിടെ. അവയ്ക്കു വരാവുന്ന യാഥാർഥ്യ മൂല്യങ്ങളെല്ലാം കണക്കിലെടുത്ത് മൂല്യപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.

1	2	3	4	5	6	7	8
p	q	r	$p \Rightarrow q$	$r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$	$\sim r$	$p \wedge \sim r$	$\sim q$
0	0	0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0	0

5–ാമത്തെ കോളവും 7–ാമത്തെ കോളവും രണ്ടിലും യാഥാർഥ്യമൂല്യം 1 ആകുമ്പോഴെല്ലാം 8–ാമത്തെ കോളത്തിലെ യാഥാർഥ്യമൂല്യം 1 ആകണം. എന്നാലെ അനുമിതി ശരിയാവുകയുള്ളൂ. 5–ാമത്തെ വരി നോക്കുക. 5 ഉം 7 ഉം കോളങ്ങളിൽ 1 വരുമ്പോൾ 8 ൽ 1 വരുന്നില്ല. അതിനാൽ ഈ അനുമിതി തെററാണ്.

ഇനി നമുക്ക് വ്യാപ്യവ്യാപകഭാവം നോക്കി ഈ അനുമിതിയെ ഒന്ന് പരിശോധിക്കാം.

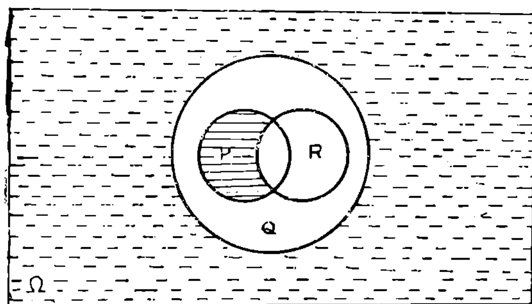
അതിന്ന്

മഴ പെയ്യുന്ന സമയം ; P എന്ന ഗണം.

കുടയെടുക്കുന്ന സമയം : Q
തുണി നനഞ്ഞിട്ടുള്ള സമയം : R

സമയം (അഥവാ കാലം) മുഴുവൻ ചേർന്നത് സമസ്തഗണം. 'Ω'
മഴ പെയ്താൽ കുടയെടുക്കുമെന്നുള്ളതുകൊണ്ട് $P \subset Q$.
തുണി നനഞ്ഞെങ്കിൽ കുടയെടുക്കുമെന്നുള്ളത് കൊണ്ട് $R \subset Q$.

അനുമിതിയുടെ ഹേതു : $P \cap R'$
സാധ്യം : Q'



വെൻചിത്രം നോക്കുക.

ഹേതുവും സാധ്യവും ഷേഡ് ചെയ്തിട്ടുണ്ട്. സാധ്യമില്ലാത്തിടത്ത് മാത്രമേ ഹേതു വരുന്നുള്ളൂ. അതിനാൽ ഈ അനുമിതി വിരുദ്ധൻ എന്ന ഹേത്വാഭാസത്തിൽ നിന്നുമാണ് ലഭിക്കുന്നത്. അനുമിതി ശരിയല്ല.

ഉദാഹരണം (2)

രാജാവാകാൻ കൊതിക്കാത്ത മനുഷ്യരില്ല. ഒരു രാജാവും സന്തുഷ്ടനല്ല. അതുകൊണ്ട്, സന്തുഷ്ടനാകാൻ കൊതിക്കുന്ന മനുഷ്യരില്ല.

ഇവിടെ മനുഷ്യരുടെ കാര്യമാണ് ചിന്താവിഷയം. അതിനാൽ എല്ലാ മനുഷ്യരും ചേർന്ന ഗണം സമസ്തഗണമായെടുക്കാം.

രാജാവാകാൻ കൊതിക്കാത്ത മനുഷ്യരില്ല. ഈ വാക്യത്തിന്റെ അർഥം, മനുഷ്യനാണെങ്കിൽ, രാജാവാകാൻ കൊതിക്കുമെന്നാണ്. അതായത് മനുഷ്യരുടെ ഗണം രാജാവാകാൻ

കൊതിക്കുന്നവരുടെ ഉപഗണമാകണം. അതായത്, രാജാവാകാൻ കൊതിക്കുന്നവരുടെ ഗണവും സമസ്തഗണം തന്നെ.
രാജാക്കൻമാരുടെ ഗണം P.
സന്തുഷ്ടരുടെ ഗണം R.
ഒരു രാജാവും സന്തുഷ്ടനല്ല എന്നതിൽ നിന്ന് $P \cap R = \phi$
സന്തുഷ്ടരാകാൻ കൊതിക്കുന്നവരുടെ ഗണം Q.
ഇവിടെ ഹേതു : ഒരു രാജാവും സന്തുഷ്ടനല്ല. $P \cap R = \phi$
സാധ്യം ; സന്തുഷ്ടരാകാൻ കൊതിക്കുന്ന മനുഷ്യരില്ല.
$Q \cap \omega = \phi$
പക്ഷം : മനുഷ്യർ

പക്ഷം സമസ്തഗണമാണ്. അതിൽത്തന്നെയാണ് ഹേതു വർത്തിക്കുന്നത്. ഹേതുവിന് പക്ഷമാത്ര വർത്തിത്വമുണ്ട്. അന്വയവ്യാപ്തിക്കും വ്യതിരേകവ്യാപ്തിക്കും ദൃഷ്ടാന്തങ്ങൾ കിട്ടുകയില്ല. അതിനാൽ അനുപസംഹാരി എന്ന ഹേത്വാഭാസമാണിത്. അനുമിതി ശരിയല്ല.

ഉദാഹരണം (3)

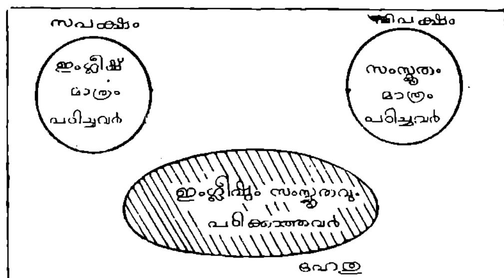
ഇംഗ്ലീഷ് മാത്രം പഠിച്ചവരെല്ലാം പരിഷ്കാരികളാണ്.

സംസ്കൃതം മാത്രം പഠിച്ചവരാരും പരിഷ്കാരികളല്ല. അതിനാൽ, ഇംഗ്ലീഷും സംസ്കൃതവും പഠിക്കാത്തവർ പരിഷ്കാരികളാണ്.

ഇംഗ്ലീഷും സംസ്കൃതവും പഠിച്ചിട്ടില്ലെങ്കിൽ, അവർ പരിഷ്കാരികളാണ് എന്നർഥം.

ഹേതു ; ഇംഗ്ലീഷും സംസ്കൃതവും പഠിച്ചിട്ടില്ല.
സാധ്യം : പരിഷ്കാരികളാണ്.

ഇവിടെ ഇംഗ്ലീഷ് മാത്രം പഠിച്ചവർ: സപക്ഷം. സംസ്കൃതം മാത്രം പഠിച്ചവർ: വിപക്ഷം. ഹേതു സപക്ഷത്തിലും വിപക്ഷത്തിലും വരുന്നില്ല. അതിനാൽ അസാധാരണ സവ്യഭിചാരനെന്ന ഹേത്വാഭാസമാണിത്. അനുമിതി ശരിയല്ല.



ഉദാഹരണം (4)

ഞായറാഴ്ചയാണെങ്കിൽ ഒഴിവു ദിവസമാണ്. ഇന്ന് ഒഴിവ് ദിവസമാണ്. അതിനാൽ, ഇന്ന് ഞായറാഴ്ചയാണ്. ഇവിടെ ഞായറാഴ്ചകളുടെ ഗണം ഒഴിവ് ദിവസങ്ങളുടെ ഗണത്തിന്റെ ഉപഗണമാണ്. വ്യാപ്തി കിട്ടി.

ഹേതു : ഇന്ന് ഒഴിവു ദിവസമാണ്.
സാധ്യം : ഇന്ന് ഞായറാഴ്ചയാണ്.

ഒഴിവുദിവസമാണെന്ന ഹേതു ഞായറാഴ്ചകളല്ലാത്തിടത്തും ഉണ്ട്. സാധ്യാഭാവവദ്വൃത്തിത്വമുണ്ട്, ഈ ഹേതുവിന്. അതിനാൽ ഈ ഹേതു സാധാരണ സവ്യഭിചാരനെന്ന ഹേത്വാഭാസമാണ്. അനുമിതി ശരിയല്ല.



ഉദാഹരണം (5)

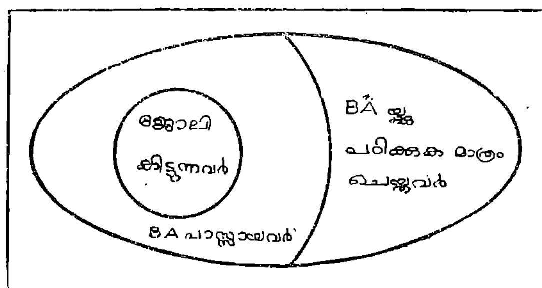
ഒരു പത്രത്തിൽ താഴെ പറയും പ്രകാരമുള്ള ഒരു പരസ്യം കണ്ടു.

"ഞങ്ങളുടെ ആപ്പീസിൽ ജോലി ഒഴിവുണ്ട്. B. A. പാസ്സായവർ ഇതിന്നർഹരാണ്".

ഈ പരസ്യം കണ്ട് രാമൻ എന്നൊരാൾ ജോലിക്കപേക്ഷിച്ചു. അയാൾ B. A. ക്കു പഠിച്ചിട്ടേയുള്ളൂ. രാമന് ജോലി കിട്ടിയില്ല. രാമൻ വിചാരിച്ചത് താൻ B. A. ക്ക് പഠിച്ചതുകൊണ്ട് ജോലിക്കർഹനാണെന്നാണ്. രാമന്റെ ഈ അനുമിതി തെററാണ്.

രാമന്റെ ഹേതു : B. A. ക്ക് പഠിക്കുക.
സാധ്യം ; ജോലി കിട്ടുക.

ഈ ഹേതുവിന് സോപാധികനാണെന്ന ദോഷമുണ്ട്. B. A. ക്ക പഠിച്ചാൽ മാത്രം പോരാ, പാസ്സാവുക കൂടി വേണം. ഈ ഹേതു വ്യാപ്യത്വാസിദ്ധനാണ്.



ജോലി കിട്ടിയവർ എന്ന സാധ്യത്തിൻെറ വ്യാപകമാണ് B. A. പാസ്സായവർ. ഹേതുവായ B. A. ക്ല പഠിക്കുക മാത്രം ചെയ്തവർ എന്ന ഗണത്തിൻെറ അവ്യാപകവുമാണ്. B. A. പാസായവരുടെ ഗണം ഉപാധി.

○

7

തർക്കം

മേൽക്കാണിച്ച ഹേത്വാഭാസങ്ങളെ നൈയായികർ ഒരു പ്രത്യേക ആവശ്യത്തിനാണ് സാധാരണയായി ഉപയോഗപ്പെടുത്താറുള്ളത്. രണ്ടു പേർ തമ്മിൽ ഒരു വാഗ്വാദത്തിലേർപ്പെടുന്നു എന്നിരിക്കട്ടെ. അതിൽ ഒരാൾ അനുമിതി വഴി ഒരു പ്രത്യേക നിഗമനത്തിൽ (conclusion) എത്തുന്നു. അത് ഖണ്ഡിക്കുവാനാണ് രണ്ടാമത്തെ ആളുടെ ശ്രമം. അതിന് ആദ്യത്തെ ആൾ ഉപയോഗിച്ച ഹേതുവിൽ തെററുണ്ടെന്നും ആ തെററ് എന്താണെന്നും വ്യക്തമായി രണ്ടാമൻ ബോധ്യപ്പെടുത്തണം. അതിന് ആദ്യത്തെ ആൾ അവലംബിച്ച ഹേതുവിന് വന്നിരിക്കുന്ന ദോഷം ഇന്നതാണെന്ന് കൃത്യമായി ചൂണ്ടിക്കാണിക്കണം. ഹേത്വാഭാസങ്ങളെക്കുറിച്ച് സൂക്ഷ്മമായ ധാരണ ഇതിനാവശ്യമാണ്.

ഒരു ഉദാഹരണം കൊടുക്കാം.

രാധയുടെ അരികിൽ കൃഷ്ണൻ ചെന്നപ്പോൾ കൃഷ്ണന് മററ് സ്ത്രീകളുമായി ബന്ധമുണ്ടെന്ന് ശങ്കിച്ച രാധയും കൃഷ്ണനും തമ്മിൽ താഴെ പറയും പ്രകാരം ഒരു വാഗ്വാദത്തിലെത്തുന്നു.

കൃഷ്ണൻ : അല്ലയോ പ്രിയതമേ, നിനക്ക് മുഖപ്രസാദമില്ലാത്തതെന്ത് ? മുഖം പ്രസന്നമാക്കുക.

രാധ : അതെന്തിന് ? അങ്ങയുടെ മററെ പ്രിയയുടെ അടുത്തേക്കു തന്നെ പോയാലും.

കൃഷ്ണൻ ; ഞാൻ അന്യയിൽ ആസക്തനാണെന്ന് ഭവതി കരുതുന്നതെന്തുകൊണ്ടാണ്?

രാധ ; അത് അങ്ങയുടെ സ്വഭാവം ഹേതുവായിട്ടു തന്നെ.

രാധയുടെ ഈ ഉത്തരത്തിൽ കയറിപ്പിടിക്കുന്ന കൃഷ്ണൻ.

കൃഷ്ണൻ : നീയിപ്പോൾ പറഞ്ഞതിൽ ഞാനാണ് പക്ഷം. എന്നിലാണ് അന്യാസക്തത്വം തെളിയിക്കേണ്ടത്. അതിന് എൻെറ സ്വഭാവത്തെ തന്നെ ഹേതുവാക്കുന്നത് ശരിയല്ല. പക്ഷത്തിൽ മാത്രം വർത്തിക്കുന്നതുകൊണ്ട് നിൻെറ ഹേതുവിന് അനുപസംഹാരിയാണെന്ന ദോഷമുണ്ട്.

അങ്ങനെ രാധയുടെ വാദഗതിയെ ഹേതുവിൻെറ ദോഷം ചൂണ്ടിക്കാണിച്ച് കൃഷ്ണൻ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.

ഖണ്ഡനത്തിൻെറ സമ്പ്രദായം മനസ്സിലാക്കുവാൻ ഈ ഉദാഹരണം ഇവിടെ കൊടുത്തു എന്നേയുള്ളു. ഇതിന് സാഹിത്യത്തിലാണ് ശരിക്കുള്ള സ്ഥാനം. ഹേത്വാഭാസത്തെ ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുകഎന്നതല്ലാതെഒരാളുടെ വാദഗതിയെ ഖണ്ഡിക്കുവാൻ മറെറാരാരം ഉപയോഗിക്കുന്ന ഒരു പ്രത്യേക സമ്പ്രദായമുണ്ട്. അതിന് നൈയായികർ തർക്കമെന്ന് പറയുന്നു. അഭിനവഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ പല തത്വങ്ങളേയും തെളിയിക്കുന്നതിനുതന്നെ ഈ സമ്പ്രദായം ഉപയോഗിക്കപ്പെടുന്നു. reductio ad absurdum എന്നാണ് ഈ സമ്പ്രദായത്തിന് നവീനന്മാർ പറയുക പതിവ്. നൈയായികരും തർക്കം വഴിയായി യഥാർത്ഥ അനുമിതിയിൽ എത്തുക പതിവുണ്ട്. പക്ഷെ, തർക്കത്തിൻെറ രീതി നോക്കി (ഉള്ളതിനെ ഇല്ല എന്നു സങ്കല്പിക്കുകയും ഇല്ലാത്തതിനെ ഉണ്ടെന്നു കരുതുകയും ചെയ്യുക) പുരാതനാചാര്യന്മാർ ഇതിനെ (തർക്കത്തെ) അയഥാർത്ഥാനുഭവത്തെപ്പററി പ്രതിപാദിക്കുന്നിടത്താണ് ചേർത്തിരിക്കുന്നതെന്ന് മാത്രം.

ആരോപം

ഒരു സംഗതി ഇല്ല എന്നറിഞ്ഞുകൊണ്ട് അതുണ്ടെങ്കിൽ എന്ന് സങ്കല്പിച്ചു പറയുക.

ഉണ്ട് എന്ന് തീർച്ചയുള്ളിടത്ത് അതില്ല എന്ന് സങ്കല്പിക്കുക. ഇതാണ് ആരോപം.

തർക്കം (നൈയായികരുടെ നിർവചനം)

"വ്യാപ്യാരോപേണ വ്യാപകാരോപ സ്തർക്കഃ"

വ്യാപ്യത്തെ ആരോപിക്കുന്നതുവഴി വ്യാപകത്തെ ആരോപിക്കലാണ് തർക്കം.

ഉദാഹരണം

'യത്രധൂമസ്തത്രാഗ്നിഃ'

ധൂമമുള്ളിടത്ത് അഗ്നിയുണ്ട്.

ധൂമമുണ്ടെങ്കിൽ അവിടെ അഗ്നിയുണ്ട്. ഇവിടെ ധൂമം വ്യാപ്യം, അഗ്നി വ്യാപകം. അഗ്നിയുണ്ടെന്നറിഞ്ഞുകൊണ്ട് അതില്ല എന്നത് വ്യാപ്യമാക്കി ധൂമമുണ്ട് എന്നതിനെ ധൂമമില്ല എന്നത് വ്യാപകമാക്കിപ്പറയുക.

അതായത്,

അഗ്നിയില്ലെങ്കിൽ ധൂമമില്ല എന്ന് വരുത്തിത്തീർക്കൽ.

തർക്കത്തിന്റെ സമ്പ്രദായം കുറച്ചു കൂടി വ്യക്തമാക്കുന്നതിന് ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ കൂടി താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം (1)

(a) മഞ്ഞു പെയ്യുമ്പോൾ തണുപ്പുണ്ടാകും.
(b) ഇപ്പോൾ മഞ്ഞ് പെയ്യുന്നുണ്ട്.
(c) അതിനാൽ ഇപ്പോൾ തണുപ്പുണ്ട്.

ഇവിടെ (a) എന്നത് അനുഭവംകൊണ്ടുണ്ടായ അറിവ്, അതായത്, സാഹചര്യനിയമമെന്നു തന്നെ എടുക്കുക.

(b) എന്നത് ഹേതു.
(c) എന്നത് സാധ്യം.

അതായത്, ഇപ്പോൾ തണുപ്പുണ്ട് എന്നാണ് സാധിക്കേണ്ടത്.

അതിന് തർക്കത്തിന്റെ വഴി

ഇപ്പോൾ തണുപ്പില്ല എന്ന് സങ്കൽപിക്കുക. പക്ഷെ, മഞ്ഞ് പെയ്യുന്നുണ്ടല്ലോ. (മഞ്ഞു പെയ്യുന്നില്ല എന്നല്ല വരുന്നത്.) അതായത്, മഞ്ഞുപെയ്യുമ്പോൾ തണുപ്പില്ല എന്ന് വന്നുകൂടുന്നു. ഇത് സാഹചര്യ നിയമത്തിന് വിരുദ്ധമാണ്.

അതിനാൽ നമ്മുടെ സങ്കല്പം തെററാകണം. അതായത്, ഇപ്പോറം തണുപ്പില്ല എന്നത് തെററ്. അങ്ങനെ ഇപ്പോറം തണുപ്പുണ്ട് എന്ന് കിട്ടുന്നു.

ഉദാഹരണം (2)

രൂപം എന്നതിന് നിറം എന്നാണ് തർക്ക സംഗ്രഹത്തിലെ വിവക്ഷ.

രൂപമില്ലാതിരിക്കുകയും, അതേ സമയം തന്നെ സ്പർശമെന്ന ഗുണമുണ്ടായിരിക്കുകയുമാണ് വായുവിൻെറ ലക്ഷണമായി നൈയായികർ പറഞ്ഞിട്ടുള്ളത്. അതിനാൽ സ്പർശം കൊണ്ട് ഊഹിക്കപ്പെടേണ്ടതാണ് വായുവിൻെറ അസ്തിത്വം എന്ന് അവർ സമർഥിക്കുന്നു.

അതിന് അവർ വായു പൃഥിവിയല്ല എന്ന് ആദ്യം തെളിയിക്കുന്നു. പിന്നീട് ജലമല്ല, തേജസ്സല്ല, ആകാശാദികളല്ല എന്നും തെളിയിക്കുന്നു. ഇത് തർക്കം വഴിയാണ്. രൂപമില്ലാതെ, സ്പർശമുള്ള വായു പൃഥിവിയല്ല എന്ന് സമർഥിക്കുന്നത് മാത്രം ഉദാഹരണമായി താഴെ ചേർക്കുന്നു.

വായു പൃഥിവിയാണെന്ന് കരുതുക. എന്നാൽ ഉത്ഭൂതസ്പർശവത്വവും ഉത്ഭൂതരൂപവത്വവുമുണ്ടാകണം. ഉത്ഭൂതരൂപവത്വം ഇവിടെയില്ല. അതിനാൽ പൃഥിവിയാണെന്ന സങ്കൽപം ശരിയല്ല. അതിനാൽ വായു പൃഥിവിയല്ല.

ഇതേ പ്രകാരം തന്നെയാണ് ജലവും തേജസ്സും മററുമല്ല എന്നും സമർഥിക്കുന്നത്.

ഉദാഹരണം (3) (ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ നിന്ന്)

ഏതെങ്കിലും ഒരു സംഖ്യയെ $\frac{p}{q}$ എന്ന രീതിയിൽ (pയും qവും രണ്ടും പൂർണസംഖ്യകളാവണം. ഇവയ്ക്ക് സാമാന്യഘടകമുണ്ടാകയുമരുത്) എഴുതുവാൻ കഴിയുമെങ്കിൽ ആ സംഖ്യ ഭിന്നകം ആണെന്ന് പറയുന്നു.

$\sqrt{2}$ ഭിന്നകം അല്ല എന്ന് തെളിയിക്കുന്നതിന് നവീന ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ ഇതേ തർക്കം തന്നെയാണ് ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നത്.

$\sqrt{2}$ ഭിന്നകം ആണെന്നു ആരോപിക്കുക. അവസാനം $\frac{p}{q}$ എന്നെഴുതി ഇവയ്ക്കു സാമാന്യഘടകമുണ്ടെന്നു കാണുന്നു. ഇത്

ആദ്യം പറഞ്ഞ ഭിന്നകം ആണെന്നുള്ളതിന് വിരുദ്ധമാണ്.
അതിനാൽ $\sqrt{2}$ ഭിന്നകം ആണെന്ന സങ്കല്പം ശരിയല്ല.
അതുകൊണ്ട് $\sqrt{2}$ ഭിന്നകം അല്ല.

ന്യായശാസ്ത്രത്തിലെ യുക്തിചിന്തയുടെ രീതിയും ആധുനിക ശാസ്ത്രങ്ങളിലെ ചിന്താരീതിയും ഒന്നു തന്നെയാണെന്നും ന്യായശാസ്ത്രത്തിലെ വ്യാപ്യവ്യാപകഭാവം അവസാനം ഉപഗണത്തിന്റേയും ഗണത്തിന്റേയും ആശയമാണുൾക്കൊള്ളുന്നതെന്നും അവ വെൻ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കി പരിശോധിയ്ക്കാമെന്നും ഇതിനകം ബോധ്യപ്പെട്ടിരിയ്ക്കുമെന്നു കരുതുന്നു. ന്യായശാസ്ത്ര പഠനം ഗണങ്ങളുടെ ബീജ ഗണിതം വഴി നടത്താമെന്നു വേണം കരുതുവാൻ. ഈ കാര്യം ഉപരിഗ്രന്ഥങ്ങളിലേക്കു കടന്നു കൂടുതൽ നിഷ്കൃഷ്ടമായി പരിശോധിക്കേണ്ടതാണ്.

കുറിപ്പ്

ഗണങ്ങളെ കാണിക്കുന്നതിന് ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൽ ചില സ്ഥലങ്ങളിൽ ( ) എന്ന ബ്രാക്കററ് കൊടുത്തത് ശരിയല്ല. അവയെല്ലാം { } എന്ന് തിരുത്തിവായിക്കാൻ അപേക്ഷ. ഉദാ:– പേജ് 14, 16, 17, 19, 23, 53.

2. സമസ്തഗണത്തെ കാണിക്കാൻ ധ, _∩_ , ധ എന്നീ മൂന്ന് തരം പ്രതീകങ്ങളും ഉപയോഗിച്ചിട്ടുണ്ട്. അവയെല്ലാം _∩_ എന്ന് തിരുത്തിവായിക്കുക.

3. ഒരു പ്രസ്താവനയുടെ നിഷേധത്തെ കുറിക്കുവാൻ —, ∼, ∾ എന്നീ മൂന്ന് പ്രതീകങ്ങളും ഉപയോഗിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇവയെല്ലാം ഒന്നു തന്നെയാണ്.

ശുദ്ധിപത്രം

പേജ്	വരി	തെററ്	ശരി
8	10	ന്യായശാസ്ത്രങ്ങളും	ന്യായശാസ്ത്രവും
8	21	ഹേത്വാദാസ	ഹേത്വാഭാസ
9	29	മററ് തെളിവുകളില്ല	തെളിവുകളില്ല
12	26	ഘടകങ്ങളുടെ	ഘടങ്ങളുടെ
13	18	സംഖ്യകളുടെ ഗണം	സംഖ്യകളുടെയും ഗണം
14	1	ഏകാംഗണം	ഏകാംഗ ഗണം
17	12	ദാരതീയ ജനത	ഭാരതീയ ജനത
17	20	Bയിലെ തന്നെ	Aയിലെ തന്നെ
25	8	$A \cap B$ എന്നത്	$A \cap B =$ എന്നത്
30	9	സംശയമോ ഇല്ലാത്തതാണ്	ഇല്ലാത്തതാണ്
31	20	പ്രസ്താവനകളുടെയും	പ്രസ്താവനയുടെയും
31	last line	P	p
32	5	P	∾p
41	പട്ടിക 3–ാം കോളം	∾pq	∾p
45	5	പട്ടികയിലെ അവസാനത്തെ വരിയിൽ ആദ്യത്തെ കോളത്തിൽ 1 എന്ന് ചേർത്ത് വായിക്കുക.	
45	25	ചിഹ്നം	ചിഹ്നംകൊണ്ട്
47	പട്ടിക അവസാനത്തെ കോളം	—q	—p
55	27	ret	set
77	12	∾q ⇒	∾q ⇒ ∾p
78	12	O'	Q'
78	13	$O' \subset P'$	$Q' \subset P'$
79	9	$P \subset O$	$P \subset Q$
91	2	നരത്തെ	നേരത്തെ
91	31	∾ϕ	∾p
99	4	ഉപയോഗിക്കപ്പെടുന്ന	ഉപയോഗിക്കപ്പെടുത്തുന്ന